SHINING STARS'

VSAQ స్టార్ ప్లస్ ప్రశ్నలు

మాత్రికలు & నిర్ణాయకాలు

1. $2\begin{bmatrix} x & z \\ y & t \end{bmatrix}+3\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}=3\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ సమీకరణాన్ని x, y, z,t ల కొరకు సాధించండి.

2. $3\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} x & 6 \\ -1 & 2w \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 4 & x+y \\ z+w & 3 \end{bmatrix}$ అయితే, x, y, z, w విలువలు కనుక్కోండి.

3. $\cos\theta\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}+\sin\theta\begin{bmatrix} \sin\theta & -\cos\theta \\ \cos\theta & \sin\theta \end{bmatrix}$ ను సూక్ష్మీకరించండి.

4. మాత్రిక $A=\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ కు $(A+A')$ ఒక సౌష్ఠవ మాత్రిక అని సరిచూడండి.

5. మాత్రిక $A=\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ కు $(A-A')$ ఒక వక్ర సౌష్ఠవ మాత్రిక అని సరిచూడండి.

6. నిర్ణాయకం $\Delta=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$ లోని మూలకం 6 యొక్క లఘు నిర్ణాయకం కనుక్కోండి.

7. $A'=\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, అయితే $(A+2B)'$ ను కనుక్కోండి.

అవిచ్ఛిన్నత, అవకలనీయత

8. $x-y=\pi$ అయితే $\frac{dy}{dx}$ ను కనుక్కోండి.

9. $y+\sin y=\cos x$ అయితే $\frac{dy}{dx}$ ను కనుక్కోండి.

10. $2x+3y=\sin x$ యొక్క $\frac{dy}{dx}$ ను కనుక్కోండి.

11. $2x+3y=\sin y$ యొక్క $\frac{dy}{dx}$ ను కనుక్కోండి.

12. $\sin^2 x+\cos^2 y=1$ యొక్క $\frac{dy}{dx}$ ను కనుక్కోండి.

BABY BULLET-Q AP

13. $y = \sec^{-1}\left(\frac{1}{2x^2-1}\right), 0 < x < \frac{1}{\sqrt{2}}$ యొక్క $\frac{dy}{dx}$ ను కనుక్కోండి.

14. x. దృష్ట్యా $\log(\cos e^x)$ ను అవకలనం చేయండి.

15. x. దృష్ట్యా $\cos(\log x + e^x), x > 0$ ను అవకలనం చేయండి.

సమాకలనం

అనిశ్చిత సమాకలనలు & నిశ్చిత సమాకలనులు

16. $\frac{1}{x + x\log x}$ యొక్క సమాకలనంను కనుక్కోండి.

17. $\sqrt{ax+b}$ యొక్క సమాకలనంను కనుక్కోండి.

18. e^{2x+3} యొక్క సమాకలనంను కనుక్కోండి.

19. $\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$ యొక్క సమాకలనంను కనుక్కోండి.

20. $\sqrt{\sin 2x}\cos 2x$ యొక్క సమాకలనంను కనుక్కోండి.

21. $\frac{\sin x}{1+\cos x}$ యొక్క సమాకలనంను కనుక్కోండి.

22. $\int \frac{dx}{x^2-6x+13}$ ను కనుక్కోండి.

23. $\frac{x^2}{1-x^6}$ యొక్క సమాకలనంను కనుక్కోండి.

24. $\int_2^3 \frac{1}{x} dx$ ను గణన చేయండి.

25. $\int_1^2 (4x^3 - 5x^2 + 6x + 9) dx$ ను గణన చేయండి.

26. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx$ ను గణన చేయండి.

27. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ ను గణన చేయండి.

28. $\int_2^3 \frac{dx}{x^2-1}$ ను గణన చేయండి.

29. $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x \, dx$ ను గణన చేయండి.

BABY BULLET-Q AP

మాత్రికలు & నిర్ధారకాలు

1. $2\begin{bmatrix} x & z \\ y & t \end{bmatrix}+3\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}=3\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ సమీకరణాన్ని x, y, z,t ల కొరకు సాధించండి.

Sol: $2\begin{bmatrix} x & z \\ y & t \end{bmatrix}+3\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}=3\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2x & 2z \\ 2y & 2t \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 9 & 15 \\ 12 & 18 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2x+3 & 2z-3 \\ 2y & 2t+6 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 9 & 15 \\ 12 & 18 \end{bmatrix}$

ఈ రెండు మాత్రికల అనురూప మూలకాలను సమానం చేయగా, $2x+3=9 \Rightarrow 2x=6 \Rightarrow x=3$

$2y=12 \Rightarrow y=6$

$2z-3=15 \Rightarrow 2z=18 \Rightarrow z=9$

$2t+6=18 \Rightarrow 2t=12 \Rightarrow t=6$ $\therefore$ x=3, y=6, z=9, t=6

---

2. $3\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} x & 6 \\ -1 & 2w \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 4 & x+y \\ z+w & 3 \end{bmatrix}$ అయితే, x, y, z, w విలువలు కనుక్కోండి.

Sol: $3\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} x & 6 \\ -1 & 2w \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 4 & x+y \\ z+w & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3x & 3y \\ 3z & 3w \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} x+4 & 6+x+y \\ -1+z+w & 2w+3 \end{bmatrix}$

ఈ రెండు మాత్రికల అనురూప మూలకాలను సమానం చేయగా,

$3x=x+4 \Rightarrow 2x=4 \Rightarrow x=2$

$3y=6+x+y \Rightarrow 2y=6+x \Rightarrow 2y=6+2 \Rightarrow 2y=8 \Rightarrow y=4$

$3w=2w+3 \Rightarrow w=3$

$3z=-1+z+w \Rightarrow 2z=w-1 \Rightarrow 2z=3-1 \Rightarrow 2z=2 \Rightarrow z=1$ $\therefore$ x=2, y=4, z=1, w=3

---

3. $\cos\theta\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}+\sin\theta\begin{bmatrix} \sin\theta & -\cos\theta \\ \cos\theta & \sin\theta \end{bmatrix}$ ను సూక్ష్మీకరించండి.

Sol: $\cos\theta\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}+\sin\theta\begin{bmatrix} \sin\theta & -\cos\theta \\ \cos\theta & \sin\theta \end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix} \cos^2\theta & \cos\theta\sin\theta \\ -\sin\theta\cos\theta & \cos^2\theta \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} \sin^2\theta & -\sin\theta\cos\theta \\ \sin\theta\cos\theta & \sin^2\theta \end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix} \cos^2\theta+\sin^2\theta & \sin\theta\cos\theta-\sin\theta\cos\theta \\ -\sin\theta\cos\theta+\sin\theta\cos\theta & \cos^2\theta+\sin^2\theta \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

BABY BULLET-Q AP

4. మాత్రిక $A=\begin{bmatrix}1 & 5\\ 6 & 7\end{bmatrix}$ కు $(A+A')$ ఒక సౌష్ఠవ మాత్రిక అని సరిచూడండి.

Sol: దత్తాంశం నుండి $A=\begin{bmatrix}1 & 5\\ 6 & 7\end{bmatrix}\Rightarrow A'=\begin{bmatrix}1 & 6\\ 5 & 7\end{bmatrix}$

$$A+A'=\begin{bmatrix}1 & 5\\ 6 & 7\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1 & 6\\ 5 & 7\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & 11\\ 11 & 14\end{bmatrix}$$

$$[(A+A')]'=\begin{bmatrix}2 & 11\\ 11 & 14\end{bmatrix}=(A+A')$$

$\therefore (A+A')$ సౌష్ఠవ మాత్రిక.

---

5. మాత్రిక $A=\begin{bmatrix}1 & 5\\ 6 & 7\end{bmatrix}$ కు $(A-A')$ ఒక వక్ర సౌష్ఠవ మాత్రిక అని సరిచూడండి.

Sol: $$A-A'=\begin{bmatrix}1 & 5\\ 6 & 7\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}1 & 6\\ 5 & 7\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$$

$$\therefore (A-A')'=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{bmatrix}=-\begin{bmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{bmatrix}=-(A-A')$$

$\therefore (A-A')$ వక్ర సౌష్ఠవ మాత్రిక.

---

6. నిర్ధారకం $\Delta=\begin{vmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\\ 7 & 8 & 9\end{vmatrix}$ లోని మూలకం 6 యొక్క లఘు నిర్ధారకం కనుక్కోండి.

Sol: 6 అనేది రెండవ అడ్డు వరుస మరియు మూడవ నిలువు వరుసలో ఉంది కావున దాని లఘు నిర్ధారకం M_{23}

$M_{23}=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 7 & 8\end{vmatrix}=8-14=-6$ (R_2 మరియు C_3 లను తొలగించగా).

---

7. $A'=\begin{bmatrix}-2 & 3\\ 1 & 2\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 1 & 2\end{bmatrix}$, అయితే $(A+2B)'$ ను కనుక్కోండి.

Sol: దత్తాంశం నుండి $A'=\begin{bmatrix}-2 & 3\\ 1 & 2\end{bmatrix}\Rightarrow A=(A')'=\begin{bmatrix}-2 & 1\\ 3 & 2\end{bmatrix}$

$$A+2B=\begin{bmatrix}-2 & 1\\ 3 & 2\end{bmatrix}+2\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 1 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2 & 1\\ 3 & 2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-2 & 0\\ 2 & 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-4 & 1\\ 5 & 6\end{bmatrix}\Rightarrow (A+2B)'=\begin{bmatrix}-4 & 5\\ 1 & 6\end{bmatrix}$$

BABY BULLET-Q AP

అవిచ్ఛిన్నత, అవకలనీయత

8. $x - y = \pi$ అయితే $\frac{dy}{dx}$ ను కనుక్కోండి.

Sol: దత్తాంశం నుండి $x-y=\pi \Rightarrow \frac{d}{dx}(x-y)=\frac{d\pi}{dx}$ [x దృష్ట్యా ఇరువైపులా అవకలనం చేయగా]

$\Rightarrow \frac{d}{dx}(x)-\frac{d}{dx}(y)=0 \Rightarrow \frac{dy}{dx}=\frac{dx}{dx}=1$

$x-y=\pi \Rightarrow y=x-\pi \Rightarrow \frac{dy}{dx}=1-0 \Rightarrow \frac{dy}{dx}=1 \quad \left[\because \frac{d}{dx}(\pi)=0\right]$

---

9. $y + \sin y = \cos x$ అయితే $\frac{dy}{dx}$ ను కనుక్కోండి.

Sol: దత్తాంశం నుండి $y+\sin y=\cos x \Rightarrow \frac{dy}{dx}+\frac{d}{dx}(\sin y)=\frac{d}{dx}(\cos x)$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx}+\cos y\cdot\frac{dy}{dx}=-\sin x$ [$\frac{d}{dx}\sin y=\cos y\frac{dy}{dx}$ శృంఖల నియమం నుండి]

$\Rightarrow \frac{dy}{dx}(1+\cos y)=-\sin x \Rightarrow \frac{dy}{dx}=-\frac{\sin x}{1+\cos y}$; where $y \neq (2n+1)\pi$

---

10. $2x + 3y = \sin x$ యొక్క $\frac{dy}{dx}$ ను కనుక్కోండి.

Sol: దత్తాంశం నుండి $2x + 3y = \sin x$. x దృష్ట్యా ఇరువైపులా అవకలనం చేయగా

$\frac{d}{dx}(2x)+\frac{d}{dx}(3y)=\frac{d}{dx}\sin x$

$\therefore 2+3\frac{dy}{dx}=\cos x \Rightarrow 3\frac{dy}{dx}=\cos x-2 \quad \therefore \frac{dy}{dx}=\frac{\cos x-2}{3}.$

---

11. $2x + 3y = \sin y$ యొక్క $\frac{dy}{dx}$ ను కనుక్కోండి.

Sol: దత్తాంశం నుండి $2x + 3y = \sin y \Rightarrow \frac{d}{dx}(2x)+\frac{d}{dx}(3y)=\frac{d}{dx}\sin y$

$\therefore 2+3\frac{dy}{dx}=\cos y\frac{dy}{dx} \Rightarrow \cos y\frac{dy}{dx}-3\frac{dy}{dx}=2 \Rightarrow \frac{dy}{dx}(\cos y-3)=2 \Rightarrow \frac{dy}{dx}=\frac{2}{\cos y-3}.$

BABY BULLET-Q AP

12. $\sin^2 x + \cos^2 y = 1$ యొక్క $\frac{dy}{dx}$ ను కనుక్కోండి.

Sol: దత్తాంశం నుండి $\sin^2 x + \cos^2 y = 1 \Rightarrow \frac{d}{dx}(\sin x)^2 + \frac{d}{dx}(\cos y)^2 = \frac{d}{dx}(1)$

$$\therefore 2(\sin x)\frac{d}{dx}\sin x + 2(\cos y)\frac{d}{dx}\cos y = 0 \Rightarrow \quad 2\sin x\cos x + 2\cos y\left(-\sin y\frac{dy}{dx}\right) = 0$$

$$\Rightarrow 2\sin x\cos x - 2\sin y\cos y\frac{dy}{dx} = 0$$

$$\Rightarrow \sin 2x - \sin 2y\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow \sin 2y\frac{dy}{dx} = \sin 2x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{\sin 2x}{\sin 2y}.$$

---

13. $y = \sec^{-1}\left(\frac{1}{2x^2-1}\right), 0 < x < \frac{1}{\sqrt{2}}$ యొక్క $\frac{dy}{dx}$ ను కనుక్కోండి.

Sol: $x=\cos\theta \Rightarrow 2x^2-1=2\cos^2\theta-1=\cos 2\theta$

$$\therefore y = \sec^{-1}\left(\frac{1}{\cos 2\theta}\right) = \sec^{-1}(\sec 2\theta) = 2\theta \quad = 2\cos^{-1}x$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(2\cos^{-1}x) = 2\left(\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}\right) = \frac{-2}{\sqrt{1-x^2}}$$

---

14. x దృష్ట్యా $\log(\cos e^x)$ ను అవకలనం చేయండి.

Sol: $y = \log(\cos e^x)$ అనుకొనుము.

$$\therefore \quad \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos e^x}\frac{d}{dx}(\cos e^x) = \frac{1}{\cos e^x}(-\sin e^x)\frac{d}{dx}e^x \quad = -(\tan e^x)e^x = -e^x(\tan e^x)$$

---

15. x దృష్ట్యా $\cos(\log x + e^x)$, $x > 0$ ను అవకలనం చేయండి.

Sol: $y = \cos(\log x + e^x)$ అనుకొనుము.

$$\therefore \quad \frac{dy}{dx} = -\sin(\log x + e^x)\frac{d}{dx}(\log x + e^x)$$

$$= -\sin(\log x + e^x).\left(\frac{1}{x} + e^x\right) = -\left(\frac{1}{x} + e^x\right)\sin(\log x + e^x)$$

BABY BULLET-Q AP

సమాకలనం

అనిశ్చిత సమాకలనలు & నిశ్చిత సమాకలనులు

16. $\frac{1}{x+x\log x}$ యొక్క సమాకలనంను కనుక్కోండి.

Sol: $1+\log x = t \Rightarrow \frac{dx}{x} = dt$

$$\therefore \int \frac{1}{x+x\log x}dx = \int \frac{1}{1+\log x}\left(\frac{dx}{x}\right) = \int \frac{1}{t}dt = \log|t| + c = \log|1+\log x| + c \quad [\because t = 1+\log x]$$

---

17. $\sqrt{ax+b}$ యొక్క సమాకలనంను కనుక్కోండి.

Sol: $$\int \sqrt{ax+b}\,dx = \int (ax+b)^{1/2}\,dx = \frac{(ax+b)^{\frac{1}{2}+1}}{a\left(\frac{1}{2}+1\right)} + c = \frac{(ax+b)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}a} + c$$

$$= \frac{2}{3a}(ax+b)^{3/2} + c. \qquad \left[\because \int (ax+b)^n dx = \frac{(ax+b)^{n+1}}{a(n+1)} + c \text{ if } n \neq -1\right]$$

---

18. e^{2x+3} యొక్క సమాకలనంను కనుక్కోండి.

Sol: $2x+3 = t \Rightarrow 2dx = dt$ $\qquad \left[\because \int e^{ax+b}dx = \frac{1}{a}e^{ax+b} + c\right]$

$$\therefore \int e^{2x+3}dx = \frac{1}{2}\int e^t dt = \frac{1}{2}(e^t) + C = \frac{1}{2}e^{(2x+3)} + C$$

---

19. $\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$ యొక్క సమాకలనంను కనుక్కోండి.

Sol: $\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$ లవాన్ని మరియు హారాన్ని e^x తో భాగించగా $\frac{\frac{e^{2x}-1}{e^x}}{\frac{e^{2x}+1}{e^x}} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

$e^x + e^{-x} = t \Rightarrow (e^x - e^{-x})dx = dt$

$$\Rightarrow \int \frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}dx = \int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}dx = \int \frac{dt}{t} = \log|t| + C = \log\left|e^x + e^{-x}\right| + C$$

BABY BULLET-Q AP

20. $\sqrt{\sin 2x}\cos 2x$ యొక్క సమాకలనంను కనుక్కోండి.

Sol: $\sin 2x = t \Rightarrow 2\cos 2x dx = dt$

$$\therefore \int \sqrt{\sin 2x}\cos 2x dx = \frac{1}{2}\int \sqrt{t}dt = \frac{1}{2}\left(\frac{t^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\right) + C = \frac{1}{3}t^{\frac{3}{2}} + C = \frac{1}{3}(\sin 2x)^{\frac{3}{2}} + C$$

---

21. $\frac{\sin x}{1+\cos x}$ యొక్క సమాకలనంను కనుక్కోండి.

Sol: $1 + \cos x = t \Rightarrow -\sin x dx = dt$

$$\Rightarrow \int \frac{\sin x}{1+\cos x}dx = \int -\frac{dt}{t} = -\log|t| + C = -\log|1+\cos x| + C$$

---

22. $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 13}$ ను కనుక్కోండి.

Sol: $x^2 - 6x + 13 = (x^2 - 6x + 3^2) - 3^2 + 13 = (x-3)^2 + 4$

$$\therefore \int \frac{dx}{x^2 - 6x + 13} = \int \frac{1}{(x-3)^2 + 2^2}dx$$

$x - 3 = t \Rightarrow dx = dt$

$$\therefore \int \frac{dx}{x^2 - 6x + 13} = \int \frac{dt}{t^2 + 2^2} = \frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{t}{2} + C = \frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{x-3}{2} + C$$

---

23. $\frac{x^2}{1-x^6}$ యొక్క సమాకలనంను కనుక్కోండి.

Sol: $x^3 = t \Rightarrow 3x^2 dx = dt$

$$\therefore \int \frac{x^2}{1-x^6}dx = \frac{1}{3}\int \frac{dt}{1-t^2} = \frac{1}{3}\left[\frac{1}{2}\log\left|\frac{1+t}{1-t}\right|\right] + C = \frac{1}{6}\log\left|\frac{1+x^3}{1-x^3}\right| + C$$

BABY BULLET-Q AP

24. $\int_2^3 \frac{1}{x}dx$ ను గణన చేయండి.

Sol: $\text{Let } I = \int_2^3 \frac{1}{x}dx = [\log|x|]_2^3 = \log|3| - \log|2| = \log\frac{3}{2}$

---

25. $\int_1^2 (4x^3 - 5x^2 + 6x + 9)dx$ ను గణన చేయండి.

Sol: $\int_1^2 [4x^3 - 5x^2 + 6x + 9]\,dx = \left[4\frac{x^4}{4} - 5\frac{x^3}{3} + 6\frac{x^2}{2} + 9x\right]_1^2$

$= \left[x^4 - \frac{5}{3}x^3 + 3x^2 + 9x\right]_1^2 = \left[2^4 - \frac{5}{3}(2)^3 + 3(2)^2 + 9(2)\right] - \left[1 - \frac{5}{3} + 3 + 9\right]$

$= \left[16 - \frac{40}{3} + 12 + 18\right] - \left[13 - \frac{5}{3}\right] = \left[46 - \frac{40}{3}\right] - \left[13 - \frac{5}{3}\right]$

$= 46 - \frac{40}{3} - 13 + \frac{5}{3} = 33 - \frac{40}{3} + \frac{5}{3} = \frac{99 - 40 + 5}{3} = \frac{104 - 40}{3} = \frac{64}{3}.$

---

26. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x\,dx$ ను గణన చేయండి.

Sol: $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x\,dx = [-\log\cos x]_0^{\pi/4} = -\log\left|\cos\frac{\pi}{4}\right| + \log|\cos 0|$

$= -\log\left|\frac{1}{\sqrt{2}}\right| + \log|1| = -\log(2)^{\frac{-1}{2}} = \frac{1}{2}\log 2$

---

27. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ ను గణన చేయండి.

Sol: $I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \left[\sin^{-1}x\right]_0^1 = \sin^{-1}(1) - \sin^{-1}(0) = \frac{\pi}{2} - 0 = \frac{\pi}{2}$

---

28. $\int_2^3 \frac{dx}{x^2-1}$ ను గణన చేయండి.

Sol: $\text{Let } I = \int_2^3 \frac{dx}{x^2-1} = \left[\frac{1}{2}\log\left|\frac{x-1}{x+1}\right|\right]_2^3$

$= \frac{1}{2}\left[\log\left|\frac{3-1}{3+1}\right| - \log\left|\frac{2-1}{2+1}\right|\right] = \frac{1}{2}\left[\log\left|\frac{2}{4}\right| - \log\left|\frac{1}{3}\right|\right] = \frac{1}{2}\left[\log\frac{1}{2} - \log\frac{1}{3}\right] = \frac{1}{2}\left[\log\frac{3}{2}\right]$

BABY BULLET-Q AP

29. $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x\, dx$ ను గణన చేయండి.

Sol: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x dx$ అనుకొనుము.

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x.\sin x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1-\cos^2 x)\sin x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x.\sin x dx$$

$$= [-\cos x]_0^{\frac{\pi}{2}} + \left[\frac{\cos^3 x}{3}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \left[\cos\frac{\pi}{2} - \cos 0\right] + \frac{1}{3}\left[\cos^3\frac{\pi}{2} - \cos^3 0\right] = 1 + \frac{1}{3}[-1] = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

BABY BULLET-Q AP