

11 సమితులు

1. (3)

Sol: $1^3 = 1, 2^3 = 8, 3^3 = 27, 4^3 = 64 (\times)$ ($\because x^3 \leq 50$) \therefore దత్త సమితి $A = \{1, 2, 3\}$

2. (2)

Sol: (2) నుండి, $x \in \mathbb{Z}^+, x^2 + 1 < 20 \Rightarrow 1^2 + 1 = 3; 2^2 + 1 = 5; 3^2 + 1 = 10; 4^2 + 1 = 17; 5^2 + 1 = 26 (\times)$
 \therefore దత్త సమితి = $\{1, 2, 3, 4\}$

3. (4)

Sol: $\{2, 3\}$ అనే మూలకం $\{1, \{2, 3\}, 4, 5\}$ అనే సమితిలో ఒక మూలకం.

4. (1)

Sol: (1) నుండి, $x \in \mathbb{R}^+, x \in (-4, 5) \Rightarrow x \leq -4$ ($\because 4$ చేర్చబడింది); $x > 5$ ($\because 5$ మినహాయించబడింది)

5. (2)

Sol: $A - B = \{1, 2, 3, \cancel{4}, \cancel{5}\} - \{4, 5, 6, 7, 8\} = \{1, 2, 3\};$

$B - A = \{\cancel{1}, \cancel{2}, 6, 7, 8\} - \{1, 2, 3, 4, 5\} = \{6, 7, 8\}$

$\therefore (A - B) \cup (B - A) = \{1, 2, 3, 6, 7, 8\}$

6. (1)

Sol: $B \cup C = \{2, 3, 4\} \cup \{3, 4, 5, 6\} = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

$A \cap (B \cup C) = \{1, 2, 3, 4\} \cap \{2, 3, 4, 5, 6\} = \{2, 3, 4\}$

7. (2)

Sol: $A \cup A' = U$

8. (3)

Sol: A అనే ఏ సమితికైనా $\emptyset' \cap A = U \cap A = A$ ($\because \emptyset' = U$)

9. (2)

Sol: $U = \{x : x \text{ అనేది సహజ సంఖ్య } 1 < x < 15\} = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14\}$

$A = \{x : x \text{ అనేది ప్రధాన సంఖ్య } 1 < x < 15\} = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$

$A^c = U - A = \{\cancel{2}, \cancel{3}, 4, 5, 6, \cancel{7}, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14\} - \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$
 $= \{4, 6, 8, 9, 10, 12, 14\}.$

10. (3)

Sol: $\{d, e\}$ లోని e అనే మూలకం దత్త సమితి $\{a, b, c, d\}$ లో లేని మూలకం

Text Book Correction : ఇచ్చిన ప్రశ్నలో $\{a, b, c, d\}$ యొక్క ఉపసమితి కానిది ఏది అని ఉండాలి.

2) సంబంధాలు & ప్రమేయాలు

1. (1)

$$\text{Sol: } \left(2x+1, \frac{y}{2}\right) = (3, 3) \Rightarrow 2x+1=3 \Rightarrow x=1; \frac{y}{2}=3 \Rightarrow y=6$$

2. (3)

$$\text{Shortcut Solution: } n(A) = 3, n(B) = 2 \Rightarrow n(A \times B) = 3 \times 2 = 6$$

ఇచ్చిన ఆప్షన్ (3) లో 6 మూలకాలు ఉన్నవి.

3. (4)

ఒక సంబంధం అనేది మూలతఃక్రమ యుగ్మాల సమితి. కాబట్టి దానిని రోస్టర్ పద్ధతి, సమితి నిర్మాణ పద్ధతి మరియు బాణం చిత్రాల ద్వారా సూచించవచ్చు.

4. (2)

Sol: సంబంధం A నుండి A కు నిర్వచించబడింది కాబట్టి R యొక్క సహ ప్రదేశం $A = \{1, 2, 3, 4\}$

5. (3)

$$f(0) = \frac{|0|}{0} = \frac{0}{0} \text{ నిర్వచించబడలేదు}$$

6. (1)

$$\text{Sol: } \frac{1}{\sqrt{x^2-25}} \text{ సునిర్వచితం} \Rightarrow x^2 - 25 > 0 \Rightarrow (x+5)(x-5) > 0 \Rightarrow x < -5 \text{ or } x > 5$$

$$\therefore \text{ ప్రదేశం} = (-\infty, -5) \cup (5, \infty)$$

7. (1)

Sol: $y = f(x) = x^2$ అనుకోండి. ఏదైనా వాస్తవ సంఖ్య యొక్క వర్గం ధనాత్మకం లేదా సున్నా అవుతుంది.

$$\therefore x \in \mathbb{R} \Rightarrow x^2 \geq 0 \Rightarrow f(x) \geq 0 \Rightarrow y \geq 0$$

$$\therefore f(x) \text{ యొక్క వ్యాప్తి} = [0, \infty)$$

8. (3)

$$\text{Sol: } f(x) = x^2 + 2x - 7 \Rightarrow f(3) = 9 + 6 - 7 = 8.$$

9. (2)

Sol: $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ అనే ప్రమేయం $f(x) = ax + b$ గా ఇవ్వబడింది.

$$\text{దత్తాంశం నుండి } f = \{(0, 1), (1, 3), (2, 5)\} \Rightarrow f(0) = 1 \Rightarrow a(0) + b = 1 \Rightarrow b = 1; f(1) = 3$$

$$\Rightarrow a(1) + b = 3 \Rightarrow a + 1 = 3 \Rightarrow a = 2 \quad \therefore f(x) = ax + b = 2x + 1$$

10. (1)

$$\text{Sol: } |x| - x \geq 0 \text{ అయినప్పుడు } \sqrt{|x|-x} \text{ నిర్వచించబడును} \Rightarrow |x| \geq x \Rightarrow x \in \mathbb{R}. \quad \therefore \text{ ప్రదేశం} = \mathbb{R}.$$

31 త్రికోణమితీయ ప్రమేయాలు

1. (3)

Sol: $\cos 5\pi = \cos(4\pi + \pi) = \cos\pi = -1.$

2. (2)

Sol: ఇచ్చిన గుణకారం మధ్యలో మనకు $\cos 90^\circ = 0$ ఉంది. అందువలన ఆ విలువ సున్నా అవుతుంది.

3. (3)

Sol: దత్తాంశం నుండి $\sin\theta + \operatorname{cosec}\theta = 2 \Rightarrow (\sin\theta + \operatorname{cosec}\theta)^2 = 2^2 \Rightarrow \sin^2\theta + \operatorname{cosec}^2\theta + 2\sin\theta\operatorname{cosec}\theta = 4$
 $\Rightarrow \sin^2\theta + \operatorname{cosec}^2\theta + 2(1) = 4 \Rightarrow \sin^2\theta + \operatorname{cosec}^2\theta = 4 - 2 = 2$

4. (4)

Sol: $\tan(\theta + \phi) = \frac{\tan\theta + \tan\phi}{1 - \tan\theta\tan\phi} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3+2}{6-1} = 1 = \tan\frac{\pi}{4} \quad \therefore \theta + \phi = \frac{\pi}{4}$

5. (3)

Sol: $\frac{1 - \tan^2 15^\circ}{1 + \tan^2 15^\circ} = \cos 2(15^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

6. (4)

Sol: Shortcut Solution: $\theta = 0^\circ$ అయినప్పుడు $\sin 45^\circ - \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$ (or)
 $\sin(45^\circ + \theta) - \cos(45^\circ - \theta) = (\sin 45^\circ \cos\theta + \cos 45^\circ \sin\theta) - (\cos 45^\circ \cos\theta + \sin 45^\circ \sin\theta)$
 $= \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos\theta + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin\theta \right) - \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos\theta + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin\theta \right) = 0$

7. (3)

Sol: Shortcut Solution: $\theta = 0^\circ$ అయినప్పుడు $\cot\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) \cot\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) = \cot\left(\frac{\pi}{4}\right) \cot\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1 \times 1 = 1$

8. (2)

Sol: $\cos 2\theta \cos 2\phi + \sin^2(\theta + \phi) - \sin^2(\theta - \phi)$
 $= \cos 2\theta \cos 2\phi + \sin[(\theta - \phi) + (\theta + \phi)] \sin[(\theta - \phi) - (\theta + \phi)]$
 $= \cos 2\theta \cos 2\phi + \sin 2\theta \sin(-2\phi) = \cos 2\theta \cos 2\phi - \sin 2\theta \sin 2\phi = \cos(2\theta + 2\phi) = \cos 2(\theta + \phi)$

9. (2)

Sol: $(\sin 50^\circ - \sin 70^\circ) + \sin 10^\circ = 2\cos\left(\frac{50^\circ + 70^\circ}{2}\right) \sin\left(\frac{50^\circ - 70^\circ}{2}\right) + \sin 10^\circ$
 $= 2\cos 60^\circ \sin(-10^\circ) + \sin 10^\circ = -\sin 10^\circ + \sin 10^\circ = 0$

10. (3)

Sol: $\sin\theta + \cos\theta = 1 \Rightarrow (\sin\theta + \cos\theta)^2 = 1 \Rightarrow \sin^2\theta + \cos^2\theta + 2\sin\theta \cos\theta = 1$
 $\Rightarrow 1 + \sin 2\theta = 1 \Rightarrow \sin 2\theta = 0$

Shortcut Solution: $\theta = 0^\circ$ అయినప్పుడు $\sin\theta + \cos\theta = \sin 0 + \cos 0 = 0 + 1 = 1$
 $\therefore \sin 2\theta = \sin 2(0) = \sin 0 = 0$

4) సంకీర్ణ సంఖ్యలు

1. (3)

$$\text{Sol: } i^{-999} = \frac{1}{i^{999}} = \frac{i}{i^{1000}} = \frac{i}{(i^2)^{500}} = \frac{i}{(-1)^{500}} = \frac{i}{1} = i$$

2. (1)

$$\text{Sol: } 1+i \text{ యొక్క గుణకార విలోమం } \frac{1}{1+i} = \frac{1-i}{(1+i)(1-i)} = \frac{1-i}{1+1} = \frac{1-i}{2}$$

3. (3)

$$\text{Sol: } |5+4i| = \sqrt{25+16} = \sqrt{41}$$

4. (2)

$$\text{Sol: } \sqrt{-25} \times \sqrt{-9} = 5i \times 3i = 15i^2 = 15(-1) = -15$$

5. (3)

$$\text{Sol: } \frac{2-i}{1-2i} \text{ యొక్క సంయుగ్మం} = \frac{\overline{2-i}}{\overline{1-2i}} = \frac{2+i}{1+2i} = \frac{(2+i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{2-4i+i-2i^2}{1+4} = \frac{2-3i-2(-1)}{1+4} = \frac{4-3i}{5}$$

6. (1)

$$\text{Sol: } (z+3)(\bar{z}+3) = (z+3)(\overline{z+3}) = (z+3)\overline{(z+3)} = |z+3|^2 \quad [\because a \text{ అనే వాస్తవ సంఖ్యకు } \bar{a} = a]$$

7. (4)

$$\text{Sol: } y=0 \text{ అయినప్పుడు } x+iy = x+0 = x \in \mathbb{R} \therefore y \neq 0 \text{ అయినప్పుడు } x+iy \text{ అనేది అవాస్తవ సంకీర్ణ సంఖ్య.}$$

8. (4)

$$\text{Sol: } \text{దత్తాంశం నుండి } a+ib = c+id \Rightarrow a=c, b=d \Rightarrow a^2=c^2, b^2=d^2 \Rightarrow a^2+b^2=c^2+d^2$$

9. (2)

$$\text{Sol: } i+i^2+i^3 \dots \dots 1000 \text{ పదాల వరకు} = \frac{i(i^{1000}-1)}{i-1} = \frac{i[(i^2)^{500}-1]}{i-1} = \frac{i[(-1)^{500}-1]}{i-1} = \frac{i(1-1)}{i-1} = 0$$

10. (2)

$$\text{Sol: } \left| \frac{i+z}{i-z} \right| = 1 \Rightarrow |i+z| = |i-z| \Rightarrow |i+x+iy| = |i-(x+iy)| \Rightarrow |x+i(1+y)| = |-x+(1-y)i|$$

$$\Rightarrow x^2+(1+y)^2 = x^2+(1-y)^2 \Rightarrow (1+y)^2 = (1-y)^2 \Rightarrow 4y=0 \Rightarrow y=0. \text{ x- అక్షం యొక్క సమీకరణం.}$$

\(\therefore z\) యొక్క బిందుపథం x- అక్షం పై కలదు.

5) ప్రస్థారాలు & సంయోగాలు

1. (4)

Sol: విద్యార్థి 5 ప్యాంట్ల నుండి ఒక ప్యాంటును 5 విధాలుగా మరియు 8 షర్టుల నుండి ఒక షర్టును 8 విధాలుగా ఎంచుకోగలడు. \therefore కావలసిన మార్గాల సంఖ్య = $5 \times 8 = 40$.

2. (2)

$${}^n P_4 = 1680 = 8 \times 7 \times 6 \times 5 = {}^8 P_4$$

3. (1)

Sol: ${}^n P_r = 1320 = 12 \times 11 \times 10 = {}^{12} P_3 \Rightarrow r = 3$.

4. (1)

ఏ ఇద్దరు కుమారులు ఒకే పాఠశాలలో ఉండకుండా అతను తన ముగ్గురు కుమారులను 6 పాఠశాలలకు పంపగల విధాల సంఖ్య = ${}^6 P_3$.

5. (2)

Sol: కావలసిన అమరికల సంఖ్య = $7! = 5040$

6. (4)

Sol: కావలసిన అమరికల సంఖ్య = $\frac{12!}{4!3!5!}$

7. (3)

Sol: కావలసిన 4- అంకెల సంఖ్యలు = 6^4 .

8. (3)

Sol: $(8 + 4)! = 12!$

9. (3)

Sol: $1080 = 2^3 \times 3^3 \times 5^1$ అందువలన ధనభాజకాల సంఖ్య = $(3+1)(3+1)(1+1) = 32$.

10. (2)

Sol: 8 మంది అబ్బాయిలు మరియు 5 మంది అమ్మాయిలు ఉన్న సమూహం నుండి నలుగురు అబ్బాయిలు మరియు ముగ్గురు అమ్మాయిలను ఎంపిక చేసే విధాల సంఖ్య = ${}^8 C_4 \times {}^5 C_3$.

11. (4)

Sol: ${}^{12} C_{s+1} = {}^{12} C_{2s-5} \Rightarrow s+1 = 2s-5$ (or) $(s+1) + (2s-5) = 12$
 $\Rightarrow s = 6$ (or) $3s = 16 \Rightarrow s = 16/3$
 $\therefore s = 6$ [$\because s$ అనేది భిన్నం కాలేదు]

12. (1)

Sol: 10 భుజాలు గల బహుభుజి కర్ణాల సంఖ్య = $\frac{10(10-3)}{2} = 35$

13. (4)

6) ద్వీపద సిద్ధాంతం

1. (1)

Sol: $\left(3x - \frac{y^3}{6}\right)^4$ యొక్క 3వ పదం $T_3 = T_{2+1} = {}^4C_2 (3x)^{4-2} \left(\frac{-y^3}{6}\right)^2 = {}^4C_2 (3x)^2 \left(\frac{-y^3}{6}\right)^2$

2. (3)

Sol: $C_0 + 3 \cdot C_1 + 3^2 \cdot C_2 + \dots + 3^n \cdot C_n = (1 + 3)^n = 4^n$.

3. (2)

Sol: $n = 6$ సరిసంఖ్య కాబట్టి, మధ్య పదం $T_{\left(\frac{6}{2}+1\right)} = T_{3+1} = {}^6C_3 (4)^3 (2x)^3 = 20 \times 64 \times 8x^3 = 10240x^3$

4. (3)

Sol: $(x + 1)^2 (xy + 1)^2 = (x^2 + 2x + 1)(y^2 + 3y^2 + 3y + 1)$. \therefore Coeff. of x^2y^2 is 2.

5. (3)

Sol: $(1 + x)^{20}$ విస్తరణలో r వ మరియు $(r + 4)$ వ పదాల గుణకాలు సమానం

$$\Rightarrow {}^{20}C_{r-1} = {}^{20}C_{r+3} \Rightarrow (r-1) + (r+3) = 20 \Rightarrow 2r = 18 \Rightarrow r = 9.$$

6. (3)

Sol: $84^8 = 64^{24} = (63 + 1)^{24} = 63q + 1$ q అనే ఏదో ఒక పూర్ణాంకానికి. \therefore శేషం = 1.

7. (2) ద్వీపద విస్తరణ యొక్క Σ రూపం = Σr వ పదం

8. (4)

Sol: మొదటి పదం యొక్క గుణకం ${}^nC_0 = 1$ మరియు చివరి పదం యొక్క గుణకం ${}^nC_n = 1$

9. (2)

Sol: $(xy + 2)^2 = (xy)^2 + 2(xy)(2) + 2^2 = x^2y^2 + 4xy + 4$.

10. (3) ఘాతాంకం n అనేది అయ్యి ఉండాలి. The index n should be 91.

11. (1)

Sol: x^8y^{10} యొక్క గుణకం $(x + y)^{18}$ is ${}^{18}C_{10} = {}^{18}C_8$.

71 అనుక్రమాలు మరియు శ్రేణులు

1. (3) ఇచ్చిన ఆప్షన్(3) లో పరిమిత సంఖ్యలో పదాలు కలవు.
2. (1) ఆప్షన్ (1) నుండి $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, $n > 2$ $n = 3, 4, 5, \dots$ విలువలను రాయగా $a_3 = a_2 + a_1$; $a_4 = a_3 + a_2$; ప్రతి సంఖ్య మునుపటి రెండు సంఖ్యల మొత్తం అవుతుంది కాబట్టి అందువలన అది ఫిబోనాక్చి అనుక్రమం.
3. (1) ఫిబోనాక్చి అనుక్రమం. $0, 1, 1, 2, 3, 5, \dots$ ఇక్కడ మొదటి పదం 0.
 • Text Book లో ఇచ్చిన option (2) పొరపాటు అని గమనించగలరు.
4. (4) $a_n = 4n + 6 \Rightarrow T_{15} = a_{15} = 4(15) + 6 = 66$.
5. (2) శ్రేణి : $a_1 + a_2 + \dots + a_n = \Sigma a_n$
6. (4) మొదటి 5 పదాల మొత్తం $2 + 4 + 6 + \dots = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30$.
7. (4) $\sum_{n=1}^4 (2n+3) = 2\left(\frac{4 \times 5}{1 \times 2}\right) + 3(4) = 20 + 12 = 32$.
8. (2) $a_{n+1} = a_n r \Rightarrow r = \frac{a_{n+1}}{a_n}$ = ఉమ్మడి నిష్పత్తి . అందువలన అనుక్రమం G.P అవుతుంది.
9. (3) G.P. యొక్క n వ పదం $a_n = ar^{n-1}$
10. (1) G.P లో $\therefore a, ar, ar^2, \dots, ar^{n-1}$ $r = 1$ విలువను ప్రతిక్షేపించగా $a + a + a, \dots, + a = na$
11. (4) $a = 4, r = 2$. ఐదు పదాల మొత్తం $S_5 = \frac{4(2^5 - 1)}{2 - 1} = 4 \times 31 = 124$
12. (1) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots$ 6 పదాల వరకు $S_6 = \frac{(1 - (1/2)^6)}{1 - 1/2} = 2\left(1 - \frac{1}{2^6}\right) = 2 - \frac{1}{32} = \frac{63}{32}$.
13. (2) 3 మరియు 12 ల గుణమధ్యమం $\sqrt{3 \times 12} = \sqrt{36} = 6$
14. (2) రెండు సంఖ్యలు a, b లు అనుకొనుము.
 a, b ల అంకమధ్యమం $\frac{15}{2} \Rightarrow \frac{a+b}{2} = \frac{15}{2} \Rightarrow a+b = 15 \dots\dots(1)$
 a, b ల గుణమధ్యమం $6 \Rightarrow \sqrt{ab} = 6 \Rightarrow ab = 36 \dots\dots(2)$
 $(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab = (15)^2 - 4(36) = 225 - 144 = 81 \Rightarrow a-b = 9 \dots\dots(3)$
 $(1) + (3) \Rightarrow 2a = 24 \Rightarrow a = 12, b = 12 - 9 = 3$
15. (2) రెండు ధన సంఖ్యల అంకమధ్యమం ఎల్లప్పుడూ వాటి గుణమధ్యమం కంటే ఎక్కువ లేదా సమానంగా ఉంటుంది.
16. (1) a, b ల అంకమధ్యమం మరియు గుణమధ్యమంల నిష్పత్తి 5:3
 $\Rightarrow \frac{a+b}{2} : \sqrt{ab} = 5:3 \Rightarrow \frac{a+b}{2\sqrt{ab}} = \frac{5}{3} \Rightarrow 9(a+b)^2 = 25(4ab) \Rightarrow 9a^2 + 18ab + 9b^2 = 100ab$
 $\Rightarrow 9a^2 - 82ab + 9b^2 = 0 \Rightarrow (9a-b)(a-9b) = 0 \Rightarrow 9a-b = 0$ (or) $a-9b = 0$
 $\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{9}$ (or) $\frac{a}{b} = \frac{9}{1} \Rightarrow a:b = 9:1$

8) సరళరేఖలు

1. (2) రేఖ యొక్క వాలు $m = \tan 45^\circ = 1$; y- అంతరఖండం $c = 3$
రేఖ యొక్క సమీకరణం $y = mx + c \Rightarrow y = 1(x) + 3 \Rightarrow y = x + 3$
2. (3) OA యొక్క వాలు $= \frac{2}{5}$, OB యొక్క వాలు $= \frac{-15}{6} = -\frac{5}{2}$
వాలుల లబ్ధం $= -1 \therefore \angle AOB = \pi/2$
3. (3) $3x + 4y - 12 = 0 \Rightarrow a = 3, b = 4, c = -12$
 \therefore త్రిభుజం యొక్క వైశాల్యం $= \frac{c^2}{2|ab|} = \frac{(-12)^2}{2|(3)(4)|} = 6$ చ.యూ
4. (3) త్రిభుజం యొక్క వైశాల్యం $= \frac{(-2)^2}{2|\cos \alpha \sec \alpha|} = \frac{4}{2(1)} = 2$
5. (2) Area $= 1 \Rightarrow \frac{(-a)^2}{2|(3)(4)|} = 1 \Rightarrow a^2 = 24 \Rightarrow a = 2\sqrt{6}$.
6. (4) $2x - y - 5 = 0$ దృష్ట్యా బిందువు (3, 6) యొక్క ప్రతిబింబం (7, 4)
దత్తాంశం L.H.S నుండి $4x - 3y = 4(7) - 3(4) = 28 - 12 = 16$. కావున ఆప్షన్ (4)
7. (1) $\frac{x}{2p} + \frac{y}{2q} = 2 \Rightarrow \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 2 \Rightarrow \frac{4x + 3y}{12} = 2 \Rightarrow 4x + 3y = 24$
8. (1) $y = 4 - 3x, 2y + bx + 9 = 0$ రేఖలు సమాంతరాలు $\Rightarrow m_1 = m_2 \Rightarrow b/3 = 2/1 \Rightarrow b = 6$
 $y = 4 - 3x, ay = x + 10$ రేఖలు లంబాలు $\Rightarrow m_1 m_2 = -1 \Rightarrow (-3)(1/a) = -1 \Rightarrow a = 3 \therefore ab = (3)(6) = 18$.
9. (3) కర్ణీ కొనులు A (a, 0), B(0, b) అనుకొనుము; కర్ణీ యొక్క పొడవు $= l \Rightarrow a^2 + b^2 = l^2$
P(x₁, y₁) అనే బిందువు A(a, 0), B(0, b) లను కలిపే రేఖా ఖండాన్ని 1:2 నిష్పత్తిలో విభజిస్తుంది అనుకొనుము.
 $\Rightarrow (x_1, y_1) = \left(\frac{2a}{3}, \frac{b}{3}\right) \Rightarrow a = \frac{3x_1}{2}; b = 3y_1 \therefore a^2 + b^2 = l^2 \Rightarrow \left(\frac{3x_1}{2}\right)^2 + (3y_1)^2 = l^2 \Rightarrow 9x_1^2 + 36y_1^2 = 4l^2$
10. (1) (1, 2) బిందువు నుండి $12x + 5y - 7 = 0$ అనే రేఖకు గల లంబ దూరం $\frac{|12 + 10 - 7|}{\sqrt{144 + 25}} = \frac{15}{13}$
11. (1) Ref. Page No. 29/32
12. (4) వ్యాసం $2r = \frac{115 - 51}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{10}{5} = 2 \Rightarrow r = 1 \therefore$ వైశాల్యం $= \pi r^2 = \pi(1) = \pi$
13. (3) a, b, c లు A.P లో కలవు $\Rightarrow 2b = a + c \Rightarrow a - 2b + c = 0 \Rightarrow a(1) + b(-2) + c = 0$.
స్థిర బిందువు (1, -2)
14. (1) పైదాని వలే.
15. (2) $2x - 3y = 5$ అనే రేఖపై P(α, β) అనే బిందువు ఉందనుకొనుము. $\Rightarrow 2\alpha - 3\beta = 5 \dots (1)$; A = (1, 2), B = (3, 4) PA = PB $\Rightarrow PA^2 = PB^2 \Rightarrow \alpha + \beta = 5 \dots (2)$ (1) & (2) లను సాధించగా P = (4, 1)

9) శాంకవచ్చేదకాలు

వృత్తాలు

1. (3) $2x + y - 7 = 0$, $x + 3y - 11 = 0$ అనే వ్యాసాల ఖండన బిందువు యొక్క కేంద్రం $C(2, 3)$.

$$P(5, 7) \Rightarrow \text{వ్యాసార్థం} = CP = \sqrt{(5-2)^2 + (7-3)^2} = \sqrt{9+16} = 5$$

$$\therefore \text{వృత్తం యొక్క సమీకరణం} (x-2)^2 + (y-3)^2 = 5^2 \Rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0.$$

2. (4) $x^2 + y^2 - 4x - 2y + c = 0$ వృత్తం యొక్క కేంద్రం $A = (2, 1)$ మరియు $P = (10, 7)$.

PA అనేది వృత్తాన్ని Q వద్ద కలుస్తుంది. = 5.

$$PA = \sqrt{(10-2)^2 + (7-1)^2} \Rightarrow PQ + QA = \sqrt{64+36} \Rightarrow 5 + r = 10 \Rightarrow r = 5$$

$$\Rightarrow \sqrt{4+1-c} = 5 \Rightarrow \sqrt{5-c} = 5 \Rightarrow 5-c = 25 \Rightarrow c = -20$$

3. (1) $A = (x_1, y_1)$, $B = (x_2, y_2)$ అనుకొనుము. $x^2 + 2ax - b^2 = 0$ యొక్క మూలాలు x_1, x_2

$$\Rightarrow x^2 + 2ax - b^2 = (x - x_1)(x - x_2)$$

$$y^2 + 2py - q^2 = 0 \text{ యొక్క మూలాలు } y_1, y_2 \Rightarrow y^2 + 2py - q^2 = (y - y_1)(y - y_2)$$

$$AB \text{ వ్యాసంగా కలిగిన వృత్తం యొక్క సమీకరణం } x^2 + 2ax - b^2 + y^2 + 2py - q^2 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2ax + 2py - b^2 - q^2 = 0.$$

$$\text{వృత్తం యొక్క వ్యాసార్థం} = \sqrt{a^2 + p^2 + (b^2 + q^2)} = \sqrt{a^2 + b^2 + p^2 + q^2}$$

4. (1) దత్త వృత్తం యొక్క సమీకరణం $x^2 + y^2 - 6x + 12y + 15 = 0$.

$$\text{వ్యాసార్థం } r_1 = \sqrt{9+36-15} = \sqrt{30}. \text{ దత్త వృత్తం యొక్క వైశాల్యం} = 30\pi.$$

$$\text{కావలసిన వృత్తం యొక్క సమీకరణం } x^2 + y^2 - 6x + 12y + k = 0.$$

$$\text{వ్యాసార్థం } r_2 = \sqrt{9+36-k} = \sqrt{45-k}. \text{ కావలసిన వృత్తం యొక్క వైశాల్యం} = (45-k)\pi.$$

$$\text{దత్తాంశం నుండి } (45-k)\pi = 2(30\pi) \Rightarrow k = -15.$$

$$\text{కావలసిన వృత్తం యొక్క సమీకరణం } x^2 + y^2 - 6x + 12y - 15 = 0$$

5. (4) వృత్తం యొక్క కేంద్రం $(1, -2)$. వృత్తం యొక్క వ్యాసార్థం $\sqrt{1+4-3} = \sqrt{2}$

చతురస్రం యొక్క భుజాలు నిరూపక అక్షాలకు సమాంతరంగా ఉన్నాయి కాబట్టి, చతురస్రం యొక్క శీర్షాలు $(1, -2)$ గుండా పోయే క్షితిజ సమాంతర మరియు నిలువు రేఖలపై ఉండవు. ఇవ్వబడిన బిందువులు శీర్షాలు కావు."

6. (2) కేంద్రం $(\cos\alpha, \sin\alpha)$ మరియు వ్యాసార్థం 1 గా గల వృత్తం యొక్క సమీకరణం

$$(x - \cos\alpha)^2 + (y - \sin\alpha)^2 = (1)^2 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2x \cos\alpha - 2y \sin\alpha + (\cos^2\alpha + \sin^2\alpha) = 1$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 2x \cos\alpha - 2y \sin\alpha = 0. \quad [\because \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1]$$

7. (1) $x^2 + y^2 - 4x - 8y - 44 = 0$ యొక్క వ్యాసార్థం $r_1 = \sqrt{4+16+44} = \sqrt{64} = 8$

$$x^2 + y^2 + 6x + 8y - 96 = 0 \text{ వ్యాసార్థం } r_2 = \sqrt{9+16+96} = \sqrt{121} = 11$$

$$\therefore r_1 : r_2 = 8 : 11$$

8. (4) $3x - 4y + 5 = 0$, $6x - 8y - 9 = 0$ అనే సమాంతర రేఖలను స్పృశించే వృత్తం వ్యాసార్థం r అయితే అప్పుడు

$$2r = \frac{|10+9|}{\sqrt{36+64}} = \frac{19}{10} \Rightarrow r = \frac{19}{20}.$$

9. (3) దత్త వృత్తం యొక్క సమీకరణం $3(x^2 + y^2) = 16 \Rightarrow x^2 + y^2 = \frac{16}{3} \Rightarrow r = \frac{4}{\sqrt{3}}$

$$\text{వృత్తం యొక్క చుట్టుకొలత} = 2\pi r = 2\pi \left(\frac{4}{\sqrt{3}} \right) = \frac{8}{\sqrt{3}}\pi$$

10. (4) దత్త వృత్తం యొక్క సమీకరణం $3(x^2 + y^2) - 3x + 9y + 10 = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 - x + 3y + \frac{10}{3} = 0$

$$\text{వృత్తం యొక్క వ్యాసార్థం} \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{9}{4} - \frac{10}{3}} = \sqrt{\frac{3+27-40}{12}} = \sqrt{\frac{-10}{12}} \text{ నిర్వచించబడలేదు.}$$

పరావలయం

11. (1) $S = (0, 0)$, $Z = (2, 0) \Rightarrow A = \left(\frac{0+2}{2}, \frac{0+0}{2} \right) = (1, 0)$

12. (1) **Shortcut Solution:** నాభి $(0, -a) = (0, -3) \Rightarrow a = 3 \Rightarrow 4a = 12$; నియతరేఖ $y=3$ is x -అక్షంపైన కలదు. \therefore పరావలయం సమీకరణం $x^2 = -12y$.

13. (2) $y^2 = 4ax$ పరావలయం $(3, 2)$ గుండా పోతుంది $\Rightarrow (2)^2 = 4a(3) \Rightarrow 4a = \frac{4}{3}$.

14. (1) **Shortcut Solution:** శీర్షం పరావలయం పైకి ఉండును. ఇచ్చిన ఆప్షన్స్ లో $(-3, 0)$ అనేది $y^2 = 8(x+3)$ ను తృప్తి పరుచును. $[\because 0^2 = 8(-3+3)]$

దీర్ఘవృత్తం

15. (2) $e = 4/5$, $(ae, 0) = (4, 0) \Rightarrow ae = 4 \Rightarrow a = 5$. $b^2 = 25 \left(1 - \frac{16}{25} \right) = 9$

$$\therefore \text{దీర్ఘవృత్తం సమీకరణం} \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$

16. (4) దత్తాంశం నుండి $S = (0, 0)$, $e = 1/2$ నియతరేఖ సమీకరణం $x - 4 = 0$.

$$CZ = \frac{a}{e} \Rightarrow CS + SZ = \frac{a}{e} \Rightarrow ae + SZ = \frac{a}{e} \Rightarrow SZ = \frac{a}{e} - ae$$

$$\Rightarrow \text{నాభి నుండి నియతరేఖలకు గల దూరం} = a \left(\frac{1}{e} - e \right) \Rightarrow |0 - 4| = a \left(2 - \frac{1}{2} \right) \Rightarrow a \left(\frac{3}{2} \right) = 4 \Rightarrow a = \frac{8}{3}$$

\therefore అర్థ దీర్ఘాక్షం పొడవు $a = 8/3$

$$17. (1) 2a = 3(2b) \Rightarrow a = 3b \quad \therefore e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = \frac{8b^2}{9b^2} = \frac{8}{9} \Rightarrow e = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

$$18. (2) \text{ దత్త దీర్ఘవృత్తం is } x^2 + 3y^2 = 6 \Rightarrow \frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{2} = 1 \quad e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} = \sqrt{\frac{6-2}{6}} = \sqrt{\frac{4}{6}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

అతిపరావలయం

$$19. (1) \text{ దత్త అతిపరావలయం is } 9y^2 - 4x^2 = 36 \Rightarrow \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{9} = 1; e = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{b^2}} = \sqrt{\frac{9+4}{4}} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

$$\text{అతిపరావలయం యొక్క నాభి నిరూపకాలు} = (0, \pm be) = \left(0, \pm 2 \left(\frac{\sqrt{13}}{2}\right)\right) = (0, \pm \sqrt{13})$$

$$20. (3) x^2 - 3y^2 - 4x - 6y - 11 = 0 \Rightarrow (x^2 - 4x + 4) - 3(y^2 + 2y + 1) = 12 \Rightarrow (x - 2)^2 - 3(y + 1)^2 = 12$$

$$\Rightarrow \frac{(x - 2)^2}{12} - \frac{(y + 1)^2}{4} = 1 \Rightarrow a^2 = 12, b^2 = 4 \Rightarrow e = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a} = \frac{\sqrt{12+4}}{\sqrt{12}} = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\text{నాభుల మధ్య దూరం} = 2ae = 2\sqrt{12} \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) = 8$$

$$21. (1) 9 - c > 0, 5 - c < 0 \text{ అయితే } \frac{x^2}{9-c} + \frac{y^2}{5-c} = 1 \text{ అనేది అతిపరావలయం} \Rightarrow 9 > c, 5 < c$$

$$\Rightarrow 5 < c, c < 9 \Rightarrow 5 < c < 9.$$

$$22. (2) \text{ అనేది దీర్ఘవృత్తం యొక్క ఉత్కేంద్రత } \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

$$\sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} = \sqrt{\frac{25-16}{25}} = \frac{3}{5}. \text{ నిరూపకాలు } (3, 0), (-3, 0).$$

$$\text{అతిపరావలయం యొక్క ఉత్కేంద్రత } \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{b^2} = 1 = \sqrt{\frac{4+b^2}{4}}. \text{ నిరూపకాలు } (\sqrt{4+b^2}, 0)(-\sqrt{4+b^2}, 0)$$

$$\text{దత్తాంశం నుండి } \sqrt{4+b^2} \Rightarrow 9 = 4 + b^2 \Rightarrow b^2 = 5$$

10) త్రిపరిమాణజ్యామితి

1. (2)

Sol: y - అక్షంపై x - నిరూపకాలు మరియు z - నిరూపకాలు సున్నాలు.

2. (1)

Sol: $P(13, 5, 12)$ నుండి x - అక్షంపై గల లంబపాదం $Q(13, 0, 0)$

$$\therefore PQ = \sqrt{(13-13)^2 + (5-0)^2 + (12-0)^2} = \sqrt{0+25+144} = \sqrt{169} = 13.$$

3. (4)

Sol: కర్ణం యొక్క పొడవు $= \sqrt{(4-1)^2 + (5-2)^2 + (8-5)^2} = \sqrt{9+9+9} = 3\sqrt{3}$.

4. (3)

Sol: ZX - తలంపై $y = 0$ ఉంటుంది.

5. (3)

Sol: $P(0, a, 3), Q(3, 0, 7), PQ = \sqrt{41} \Rightarrow \sqrt{(0-3)^2 + (a-0)^2 + (3-7)^2} = \sqrt{41}$

$$\Rightarrow 9 + a^2 + 16 = 41 \Rightarrow a^2 = 16 \Rightarrow a = \pm 4$$

6. (3)

Sol: Let $P(2, 4, 5), Q(3, 5, -9)$

PQ అనేది yz - తలాన్ని $-x_1 : x_2 = -2 : 3$ నిష్పత్తిలో విభజిస్తుంది.

7. (3) AC యొక్క మధ్యబిందువు $= \left(\frac{1+4}{2}, \frac{1+5}{2}, \frac{1+1}{2} \right) = \left(\frac{5}{2}, 3, 1 \right)$;

BD యొక్క మధ్యబిందువు $= \left(\frac{4+1}{2}, \frac{1+5}{2}, \frac{1+1}{2} \right) = \left(\frac{5}{2}, 3, 1 \right)$

మధ్యబిందువులు ఏకీభవించును \rightarrow కర్ణాలు సమద్విఖండన చేయును $\rightarrow ABCD$ ఒక సమాంతర చతుర్భుజాన్ని ఏర్పర్చును.

8. (1) x - అక్షంపై $y = 0, z = 0$

9. (3)

Sol: $(2, 3, 1)$ మరియు $(6, 7, 1)$ లను కలిపే రేఖా ఖండాన్ని XZ - తలం $-3 : 7$ నిష్పత్తిలో విభజిస్తుంది.

10. (2)

YZ - తలంపై x - నిరూపకం సున్నా అవుతుంది. కావున $(0, 4, 5)$

11. (1)

Sol: $S1 : (3, a^2 - 1, a^2 - 3a + 2)x$ - అక్షం పై కలదు. $\Rightarrow a^2 - 1 = 0, a^2 - 3a + 2 = 0$

$$\Rightarrow (a + 1)(a - 1) = 0, (a - 1)(a - 2) = 0 \Rightarrow a = 1.$$

$\therefore S1$ అనేది సత్యం $S2: S2$ అనేది సత్యం. ఇంకా $S2$ అనేది $S1$ కి వివరణ.

11) అవధులు & అవకలజాలు

$$1. \quad (4) \quad \text{Lt}_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2-1}{|x-1|} = \text{Lt}_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2-1}{|x-1|} = \text{Lt}_{x \rightarrow 1^+} (x+1) = 2; \quad \text{Lt}_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2-1}{|x-1|} = \text{Lt}_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2-1}{|x-x|} = - \text{Lt}_{x \rightarrow 1^-} (x+1) = -2.$$

R.H.L \neq L.H.L \therefore అవధి లేదు.

$$2. \quad (4) \quad x = \cos\theta \quad \text{ను తీసుకుని సూక్ష్మీకరించగా R.H.L} = 1 \text{ and L.H.L అవధి లేదు.}$$

అందువలన ఇవ్వబడిన అవధి లేదు.

$$3. \quad (2) \quad \text{Lt}_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^x + b^x}{2} \right)^{\frac{1}{x}} = e^{\text{Lt}_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^x + b^x - 1}{2} \right)^{\frac{1}{x}}} = e^{\text{Lt}_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^x + b^x - 2}{2x} \right)} = e^{\frac{1}{2} \text{Lt}_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^x - 1}{x} + \frac{b^x - 1}{x} \right)} = e^{\frac{1}{2}(\log a + \log b)}$$

$$4. \quad (1) \quad \text{Lt}_{x \rightarrow 0} (1 + \tan^2 x)^{\frac{1}{2x^2}} = e^{\text{Lt}_{x \rightarrow 0} (1 + \tan^2 x - 1) \cdot \frac{1}{2x^2}} = e^{\text{Lt}_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 x}{2x^2}} = e^{\frac{1}{2} \text{Lt}_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x}{x} \right)^2} = e^{\frac{1}{2}(1)} = e^{\frac{1}{2}}$$

$$5. \quad (1) \quad \text{Lt}_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{d^x - 1} = \text{Lt}_{x \rightarrow 0} \frac{(a^x - 1) - (b^x - 1)}{\left(\frac{d^x - 1}{x} \right)} = \text{Lt}_{x \rightarrow 0} \frac{\left(\frac{a^x - 1}{x} \right) - \left(\frac{b^x - 1}{x} \right)}{\left(\frac{d^x - 1}{x} \right)} = \frac{\log a - \log b}{\log d} = \frac{\log(a/b)}{\log d}$$

$$6. \quad (1) \quad \text{Lt}_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \tan x}{|1 + \sin x|} \right)^{\frac{1}{\sin x}} = e^{\text{Lt}_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \tan x}{1 + \sin x} - 1 \right) \frac{1}{\sin x}} = e^{\text{Lt}_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + \tan x - 1 - \sin x)}{(1 + \sin x) \sin x}} = e^{\text{Lt}_{x \rightarrow 0} \frac{(\tan x - \sin x)}{(1 + \sin x) \sin x}} = e^0 = 1$$

$$7. \quad (4) \quad \text{Lt}_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3} = \text{Lt}_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} \cdot \frac{(1 - \cos x)}{x^2} = 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$8. \quad (3) \quad \text{L- Hospital నియమంను వర్తింప చేయగా: } \text{Lt}_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2\sqrt{1+2x}}(2) - \frac{1}{2\sqrt{1-2x}}(-2)}{2 \cos 2x} = \frac{1+1}{2(1)} = \frac{2}{2} = 1$$

$$9. \quad (2) \quad x \in (1, 2) \text{ అయితే } [x] = 1 \text{ మరియు కావున } f(x) = x + 1 \Rightarrow f'(x) = 1 \therefore f'(3/2) = 1$$

$$10. \quad (1) \quad f(x) = x \cos x \Rightarrow f'(x) = \cos x - x \sin x \Rightarrow f'(\pi/2) = 0 - (\pi/2) \times 1 = -\pi/2.$$

$$11. \quad (4) \quad f(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots + x^n \Rightarrow f'(x) = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots + nx^{n-1}$$

$$\therefore f'(1) = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2 + n}{2}$$

12) సంభావ్యత

1. (2) $P(A \cup B) \leq 1 \Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) \leq 1 \Rightarrow 0.8 + 0.7 - P(A \cap B) \leq 1$
 $\Rightarrow 1.5 - 1 \leq P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) \geq 0.5.$

2. (2) ఒక లీపు సంవత్సరంలో 53 ఆదివారాలు ఉండే ఘటనను A అనుకొనుము
 మరియు శాంపిల్ ఆవరణ S అనుకొనుము.

లీపు సంవత్సరంలో 366 రోజులు ఉంటాయి, అంటే 52 వారాలు మరియు 2 రోజులు అదనంగా ఉంటాయి.

ఆ అదనపు రెండు రోజులు (ఆది, సోమ) లేదా (సోమ, మంగళ) లేదా (మంగళ, బుధ) లేదా (బుధ, గురు) లేదా (గురు, శుక్ర) లేదా (శుక్ర, శని) లేదా (శని, ఆది) కావచ్చు.”

$\therefore n(S) = 7, n(A) = 2, \therefore P(A) = 2/7.$

3. (4) $A = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\} \Rightarrow n(A) = 6, n(S) = 36 \quad P(E) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

4. (1) $A = \{(1,7), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\} \Rightarrow n(A) = 6, n(S) = 36 \quad P(E) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

5. (1) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) \Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) \Rightarrow P(A \cap B) = 0$
 $\Rightarrow A, B$ లు పరస్పర వివర్జిత ఘటనలు.

6. (3) 1 నుండి 20 వరకు గల ప్రధాన సంఖ్యలు 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 $\Rightarrow n(A) = 8, n(S) = 20.$

$\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

7. (4) A, B లు పరస్పర వివర్జిత ఘటనలు. $\Rightarrow A \cap B = \emptyset$

$P(A' \cap B') = P(A \cap B) = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B) = 1 - 0.5 - 0.03 = 0.2$

8. (3) ఎరుపు కార్డుల సంఖ్య = 26 $\Rightarrow n(A) = 26, n(S) = 52 \quad \therefore P(A) = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$

ఎరుపు కార్డు రాని సంభావ్యత = $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$

9. (2) నిజానికి $0 \leq P(E) \leq 1$

10. (4) $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$