Previous IPE

SOLVED PAPERS

MARCH -2025(AP)

PREVIOUS PAPERS

IPE: MARCH-2025(AP)

Time : 3 Hours | గణితశాస్త్రం- 2A | Max.Marks : 75

సెక్షన్-ఎ

I. ఈ క్రింది అన్ని అతిస్వల్ప సమాధాన ప్రశ్నలకు సమాధానం వ్రాయండి: $10 \times 2 = 20$

1. $\frac{4+3i}{(2+3i)(4-3i)}$ సంకీర్ణ సంఖ్యను $a + ib$ రూపంలో రాయండి.
2. $z = -\sqrt{7} + i\sqrt{21}$ ను ధృవ రూపంలో రాయండి.
3. ఏకకపు (ఒకటి) ఘనమూలాలు $1, \omega, \omega^2$ లు అయిన $(1-\omega+\omega^2)^5 + (1 + \omega - \omega^2)^5$ విలువ కనుక్కోండి.
4. $\frac{p-q}{p+q}, -\frac{p+q}{p-q}$ $(p \neq \pm q)$ మూలాల వర్గ సమీకరణాన్ని రూపొందించండి.
5. $x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 2x^2 + 4x + 3 = 0$ సమీకరణం మూలాలకు 2 రెట్లున్న మూలాలు గల బీజీయ సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.
6. EQUATION అనే పదంలోని అక్షరాలను ఉపయోగించి (i) 6 (ii) 7 అక్షరాలతో ఏర్పడే అనులోమ విలోమాలు ఎన్ని?
7. ${}^nP_r = 5040$ మరియు ${}^nC_r = 210$ అయితే n, r లను కనుగొనుము.
8. $(4x - 7y)^{49} + (4x + 7y)^{49}$ విస్తరణలో శూన్యేతర గుణకాలు కలిగిన పదాలు ఎన్ని?
9. 4, 6, 9, 3, 10, 13, 2 దత్తంశానికి మధ్యగతం నుంచి మధ్యమ విచలనాన్ని కనుక్కోండి.
10. ఒక పాయిజన్ చలరాశి $P(X = 1) = P(X = 2)$ ను తృప్తిపరుస్తుంది. $P(X = 5)$ ను కనుక్కోండి.

సెక్షన్-బి

II. క్రింది వాటిలో ఏవేని ఐదు స్వల్పసమాధాన ప్రశ్నలకు సమాధానం వ్రాయండి. $5 \times 4 = 20$

11. $x + iy = \frac{1}{1+\cos\theta + i\sin\theta}$ అయితే, $4x^2 - 1 = 0$ అని చూపండి.
12. $\frac{x+2}{2x^2+3x+6}$ సమాసం వ్యాప్తిని నిర్ణయించండి.
13. 'PRISON' పదంలోని అక్షరాలతో ఏర్పడే 6 అక్షరాల పదాలన్నింటినీ నిఘంటువులోని క్రమంలో అమరిస్తే (పునరావృతం లేకుండా) ఆ క్రమంలో "PRISON" పదం యొక్క కోటిని కునుక్కోండి.
14. $\frac{{}^{4n}C_{2n}}{{}^{2n}C_n} = \frac{1.3.5.....(4n-1)}{[1.3.5.....(2n-1)]^2}$ అని నిరూపించండి.
15. $\frac{x^2}{(x-1)(x-2)}$ భిన్నాన్ని పాక్షిక భిన్నాలుగా విడగొట్టండి.
16. 20 వరస సహజ సంఖ్యల నుండి రెండు సంఖ్యలను యాదృచ్ఛికంగా ఎంపిక చేస్తే, ఆ రెండు సంఖ్యల మొత్తం (i) ఒక సరి సంఖ్య (ii) ఒక బేసి సంఖ్య కాగల సంభావ్యతను కనుక్కోండి.
17. A, B లు రెండు స్వతంత్ర ఘటనలు $P(A) = 0.2, P(B) = 0.5$ అనుకోండి.
    (i) $P(A/B)$ (ii) $P(B/A)$ (iii) $P(A \cap B)$ (iv) $P(A \cup B)$ లను కనుక్కోండి.

సెక్షన్-సి

III. క్రింది వాటిలో ఏవేని ఐదు దీర్ఘసమాధాన ప్రశ్నలకు సమాధానం వ్రాయండి. $5 \times 7 = 35$

18. $\left(\dfrac{1+\sin\frac{\pi}{8}+i\cos\frac{\pi}{8}}{1+\sin\frac{\pi}{8}-i\cos\frac{\pi}{8}}\right)^{8/3}$ యొక్క ఒక విలువ -1 అని చూపండి.

19. $x^4 + 2x^3 - 5x^2 + 6x + 2 = 0$ సమీకరణం ఒక మూలం $1 + i$ అయితే, సమీకరణాన్ని సాధించండి.

20. $(a+x)^n$ విస్తరణలో 2, 3, 4 పదాల గుణకాలు వరుసగా 240, 720, 1080, అయితే a, x, n విలువలు కనుక్కోండి.

21. $x = \dfrac{1.3}{3.6}+\dfrac{1.3.5}{3.6.9}+\dfrac{1.3.5.7}{3.6.9.12}+....$, అయితే $9x^2 + 24x = 11$ అని చూపండి.

22. కింది అవిచ్ఛిన్న విభాజనానికి మధ్యమం నుంచి మధ్యమ విచలనాన్ని కనుక్కోండి.

ఎత్తు (సెం.మీ)	95-105	105-115	115-125	125-135	135-145	145-155
బాలుర సంఖ్య	9	13	26	30	12	10

23. I, II, III అంకెలను కలిగిన మూడు పెట్టెలలో కింది విధంగా బంతులు ఉన్నాయి. ఒక పెట్టెను యాదృచ్ఛికంగా ఎంపిక చేసి, దాని నుంచి ఒక బంతిని తీశారు. అది ఎర్రనిది అయితే, అది పెట్టె II నుంచి తీయగల సంభావ్యతను కనుక్కోండి.

	తెల్లనివి	నల్లనివి	ఎర్రనివి
I	1	2	3
II	2	1	1
III	4	5	3

24. ఒక యాదృచ్ఛిక చలరాశి X వ్యాప్తి $\{0, 1, 2\}$ మరియు $P(X = 0) = 3c^3$, $P(X = 1) = 4c - 10c^2$, $P(X = 2) = 5c - 1$ ఇక్కడ 'c' స్థిరము అని ఇస్తే (i) c (ii) $P(0 < x < 3)$ (iii) $P(1 < x \le 2)$ (iv) $P(x < 1)$ లను కనుక్కోండి.

IPE AP MARCH-2025
SOLUTIONS

సెక్షన్-ఎ

1. $\dfrac{4+3i}{(2+3i)(4-3i)}$ **సంకీర్ణ సంఖ్యను + ib. రూపంలో రాయండి.**

Sol: ఇచ్చిన సమీకరణం $\dfrac{4+3i}{(2+3i)(4-3i)} = \dfrac{4+3i}{[2(4)-3(-3)]+i[2(-3)+3(4)]} = \dfrac{4+3i}{17+6i}$

$$= \frac{4(17)+3(6)}{(17)^2+(6)^2} + i\left(\frac{3(17)-6(4)}{17^2+6^2}\right) = \frac{86}{289+36} + i\left(\frac{51-24}{289+36}\right) = \left(\frac{86}{325}\right) + i\left(\frac{27}{325}\right)$$

ఇది $a+ib$ రూపంలో ఉంటుంది.

---

2. $z = -\sqrt{7} + i\sqrt{21}$ **ను ధృవ రూపంలో వ్రాయండి.**

Sol: $-\sqrt{7} + i\sqrt{21} = x + iy$

$\Rightarrow x = -\sqrt{7},\ y = \sqrt{21}$

$\therefore r = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{(-\sqrt{7})^2 + (\sqrt{21})^2}$

$= \sqrt{7+21} = \sqrt{28} = \sqrt{4x7} = 2\sqrt{7}$

$\tan\theta = \dfrac{y}{x} \Rightarrow \tan\theta = \left(-\dfrac{\sqrt{21}}{\sqrt{7}}\right) = -\sqrt{3} = \tan\dfrac{2\pi}{3}$

$\Rightarrow \theta = \dfrac{2\pi}{3}$ $\quad [\because (-\sqrt{7}, \sqrt{21}) \in Q_2]$

$\therefore -\sqrt{7} + i\sqrt{21}$ యొక్క ధృవ రూపం

$r(\cos\theta + i\sin\theta) = 2\sqrt{7}\left(\cos\dfrac{2\pi}{3} + i\sin\dfrac{2\pi}{3}\right)$

---

3. **ఏకకపు (ఒకటి) ఘనమూలాలు 1, ω, ω^2 లు అయిన $(1-\omega+\omega^2)^5 + (1+\omega-\omega^2)^5$ విలువ కనుక్కోండి.**

Sol: $G.E = (1-\omega+\omega^2)^5 + (1+\omega-\omega^2)^5$

$= (1+\omega^2-\omega)^5 + (1+\omega-\omega^2)^5$

$= (-\omega-\omega)^5 + (-\omega^2-\omega^2)^5$

$= (-2\omega)^5 + (-2\omega^2)^5 = -2^5[\omega^2+\omega] = -32(-1) = 32$

4. $\frac{p-q}{p+q}, -\frac{p+q}{p-q}$ $(p \neq \pm q)$ మూలాల వర్గ సమీకరణాన్ని రూపొందించండి.

Sol: ఇక్కడ $\alpha + \beta = \frac{p-q}{p+q} - \frac{p+q}{p-q} = \frac{(p-q)^2-(p+q)^2}{(p+q)(p-q)} = \frac{-4pq}{p^2-q^2}$;

$\alpha.\beta = -\left(\frac{\cancel{p-q}}{\cancel{p+q}}\right)\left(\frac{\cancel{p+q}}{\cancel{p-q}}\right) = -1$

$\therefore$ కావున కావలసిన వర్గ సమీకరణము $x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta = 0$

$\Rightarrow x^2 + \left(\frac{4pq}{p^2-q^2}\right)x - 1 = 0$

$\Rightarrow (p^2-q^2)x^2 + 4pqx - (p^2-q^2) = 0$

---

5. $x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 2x^2 + 4x + 3 = 0$ మూలాలకు 2 రెట్లున్న మూలాలు గల రూపాంతర సమీకరణం కనుగొనుము.

Sol: $f(x) = x^5-2x^4+3x^3-2x^2+4x+3$ అనుకొనుము.

కావలసిన సమీకరణం $f\left(\frac{x}{2}\right) = 0 \Rightarrow \left(\frac{x}{2}\right)^5 - 2\left(\frac{x}{2}\right)^4 + 3\left(\frac{x}{2}\right)^3 - 2\left(\frac{x}{2}\right)^2 + 4\left(\frac{x}{2}\right) + 3 = 0$

$\Rightarrow \frac{1}{2^5}\left[x^5 - 4x^4 + 12x^3 - 16x^2 + 64x + 96\right] = 0$

$\Rightarrow x^5 - 4x^4 + 12x^3 - 16x^2 + 64x + 96 = 0$

---

6. EQUATION అనే పదంలోని అక్షరాలను ఉపయోగించి (i) 6 (ii) 7 అక్షరాలతో ఏర్పడే అనులోమ విలోమాలు ఎన్ని?

Sol: EQUATION అనే పదంలోని అక్షరాల సంఖ్య $n = 8$. అలాగే $r = 6$ & $r = 7$.

(i) 6 అక్షరాల అనులోమాల సంఖ్య $= n^{r/2} = 8^{6/2} = 8^3$

(ii) 7 అక్షరాల విలోమాల సంఖ్య $= n^{\frac{r+1}{2}} = 8^{\frac{7+1}{2}} = 8^4$

---

7. ${}^nP_r = 5040$ మరియు ${}^nC_r = 210$ n మరియు r లను కనుగొనుము.

Sol: $r! = \frac{{}^nP_r}{{}^nC_r} = \frac{5040}{210} = 24 = 4!$ $\quad\therefore r! = 4! \Rightarrow r = 4$

${}^nP_4 = 5040 = 10 \times 504 = 10 \times 9 \times 56 = 10 \times 9 \times 8 \times 7 = {}^{10}P_4 \Rightarrow n = 10 \quad \therefore n = 10, r = 4.$

---

8. $(4x - 7y)^{49} + (4x + 7y)^{49}$ విస్తరణలో శూన్యేతర గుణకాలు కలిగిన పదాలు ఎన్ని?

Sol : $n = 49$ బేసి కాబట్టి శూన్యేతర పదాలసంఖ్య $= \frac{n+1}{2} = \frac{49+1}{2} = \frac{50}{2} = 25$

9. 4, 6, 9, 3, 10, 13, 2 అనే దత్తాంశానికి మధ్యమం నుంచి మధ్యమ విచలనాన్ని కనుక్కోండి.

Sol: ఇచ్చిన దత్తాంశం: 4, 6, 9, 3, 10, 13, 2. దాని ఆరోహణ క్రమం: 2,3,4,<u>6</u>,9,10,13.

పరిశీలనల సంఖ్య n = 7 బేసి

$\therefore$ దత్తాంశం యొక్క మధ్యగతం $\Rightarrow M = 6$

మధ్యగతం నుండి పరిశీలనల విచలనాలు:

$2 - 6 = -4$; $3 - 6 = -3$; $4 - 6 = -2$; $6 - 6 = 0$;

$9 - 6 = 3$; $10 - 6 = 4$; $13 - 6 = 7$

కావున, విచలనాల పరమ మూల్యాలు:

4, 3, 2, 0, 3, 4, 7

$\therefore$ మధ్యగతం నుంచి $MD = \frac{\Sigma |x_i - M|}{7}$

$$= \frac{4+3+2+0+3+4+7}{7} = \frac{23}{7} = 3.29$$

---

10. ఒక పాయిజన్ చలరాశి P(X = 1) = P(X = 2) ను తృప్తిపరుస్తుంది. P(X = 5) ను కనుక్కోండి.

Sol: $P(X = r) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^r}{r!}, \lambda > 0$ అని మనకు తెలుసు

దత్తాంశం నుండి $P(X = 1) = P(X = 2)$

$$\Rightarrow \frac{\lambda e^{-\lambda}}{1!} = \frac{\lambda^2 e^{-\lambda}}{2!} \Rightarrow \frac{\lambda}{1} = \frac{\lambda^2}{2} \Rightarrow \lambda^2 = 2\lambda \quad \Rightarrow \lambda(\lambda - 2) = 0 \Rightarrow \lambda = 2 \; (\because \lambda > 0)$$

$$\therefore P(X = 5) = \frac{e^{-2} 2^5}{5!}$$

సెక్షన్-బి

11. $x + iy = \dfrac{1}{1+\cos\theta + i\sin\theta}$ అయిన $4x^2 - 1 = 0$ అని చూపండి.

Sol: దత్తాంశం నుండి $x + iy = \dfrac{1}{(1+\cos\theta)+i\sin\theta} = \dfrac{1}{(2\cos^2\frac{\theta}{2}) + i(2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2})}$

$$\Rightarrow x+iy = \frac{1}{(2\cos\frac{\theta}{2})(\cos\frac{\theta}{2}+i\sin\frac{\theta}{2})} = \frac{\cos\frac{\theta}{2} - i\sin\frac{\theta}{2}}{(2\cos\frac{\theta}{2})(\cos\frac{\theta}{2}+i\sin\frac{\theta}{2})(\cos\frac{\theta}{2}-i\sin\frac{\theta}{2})}$$

$$= \frac{\cos\frac{\theta}{2} - i\sin\frac{\theta}{2}}{(2\cos\frac{\theta}{2})(\cos^2\frac{\theta}{2}+\sin^2\frac{\theta}{2})} = \frac{\cos\frac{\theta}{2} - i\sin\frac{\theta}{2}}{(2\cos\frac{\theta}{2})(1)} = \frac{\cancel{\cos\frac{\theta}{2}}}{2\cancel{\cos\frac{\theta}{2}}} - \frac{i\sin\frac{\theta}{2}}{2\cos\frac{\theta}{2}} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\tan\frac{\theta}{2}$$

వాస్తవ భాగాలను సమానం చేయగా $x = \dfrac{1}{2} \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow (2x)^2 = 1^2 \Rightarrow 4x^2 = 1 \Rightarrow 4x^2 - 1 = 0$

---

12. $\dfrac{x+2}{2x^2+3x+6}$ యొక్క వ్యాప్తిని కనుగొనుము

Sol: $y = \dfrac{x+2}{2x^2+3x+6} \Rightarrow y(2x^2+3x+6) = x+2$

$\Rightarrow 2x^2y + 3xy + 6y - x - 2 = 0 \Rightarrow 2x^2y + x(3y-1) + 6y - 2 = 0$

$\Rightarrow (2y)x^2 + (3y-1)x + (6y-2) = 0$ ....(1)

(1) x లో వర్గసమీకరణం మరియు దాని మూలాలు వాస్తవం.

$\therefore \Delta = b^2 - 4ac \geq 0$

$\Rightarrow (3y-1)^2 - 4(2y)(6y-2) \geq 0$

$\Rightarrow (9y^2 - 6y + 1) - 48y^2 + 16y \geq 0$

$\Rightarrow -39y^2 + 10y + 1 \geq 0$

$\Rightarrow 39y^2 - 10y - 1 \leq 0$

$\Rightarrow 39y^2 - 13y + 3y - 1 \leq 0$

$\Rightarrow 13y(3y-1) + 1(3y-1) \leq 0$

$\Rightarrow (13y+1)(3y-1) \leq 0$

$\Rightarrow y \in \left[-\dfrac{1}{13}, \dfrac{1}{3}\right]$

$\therefore$ వ్యాప్తి $= \left[-\dfrac{1}{13}, \dfrac{1}{3}\right]$

13. 'PRISON' పదంలోని అక్షరాలతో ఏర్పడే 6 అక్షరాల పదాలన్నింటినీ నిఘంటువులోని క్రమంలో అమరిస్తే (పునరావృతం లేకుండా) ఆ క్రమంలో "PRISON" పదం యొక్క కోటిని కనుక్కోండి.

Sol : PRISON అనే పదములోని అక్షరాల నిఘంటువు యొక్క క్రమం

I, N, O, P, R, S

I తో మొదలయ్యే పదాల సంఖ్య ------ = 5! = 120

N తో మొదలయ్యే పదాల సంఖ్య ------ = 5! = 120

O తో మొదలయ్యే పదాల సంఖ్య ------ = 5! = 120

P I తో మొదలయ్యే పదాల సంఖ్య ---- = 4! = 24

P N తో మొదలయ్యే పదాల సంఖ్య ---- = 4! = 24

P O తో మొదలయ్యే పదాల సంఖ్య ---- = 4! = 24

PRIN తో మొదలయ్యే పదాల సంఖ్య -- = 2! = 2

PRIO తో మొదలయ్యే పదాల సంఖ్య -- = 2! = 2

PRISN తో మొదలయ్యే పదాల సంఖ్య - = 1! = 1

తర్వాత పదం PRISON = 1! = 1

$\therefore$ PRISON అనే పదం యొక్క కోటి = 3(120) + 3(24) + 2(2) + 1+ 1= 360 + 72 + 4 + 1+1 =438.

---

14. $\dfrac{{}^{4n}C_{2n}}{{}^{2n}C_n} = \dfrac{1.3.5.....(4n-1)}{[1.3.5.....(2n-1)]^2}$ అని నిరూపించండి.

Sol: $$\text{L.H.S} = \frac{{}^{4n}C_{2n}}{{}^{2n}C_n} = \frac{\frac{4n!}{2n!.2n!}}{\frac{2n!}{n!.n!}} = \frac{(4n)!}{(2n!)^2} \times \frac{(n!)^2}{(2n)!} \qquad \left[\text{Since } {}^nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}\right]$$

$$= \frac{(4n)(4n-1)(4n-2)(4n-3)(4n-4)..........6.5.4.3.2.1}{[(2n)(2n-1)(2n-2)(2n-3).........4.3.2.1]^2} \times \frac{(n!)^2}{(2n)!}$$

$$= \frac{[(4n)(4n-2)(4n-4)..........(6)(4)(2)][(4n-1)(4n-3).....5.3.1]}{[(2n)(2n-2)......4.2]^2[(2n-1)(2n-3).......(3)(1)]^2} \times \frac{(n!)^2}{(2n)!}$$

$$= \frac{[2^{2n}(2n)(2n-1)(2n-2).......(3)(2)(1)][(4n-1)(4n-3).....5.3.1]}{[2^n(n)(n-1)........(2)(1)]^2[(2n-1)(2n-3).......(3)(1)]^2} \times \frac{(n!)^2}{(2n)!}$$

$$= \frac{[2^{2n}(2n!)][(4n-1)(4n-3).....5.3.1]}{2^{2n}(n!)^2[(2n-1)(2n-3).......(3)(1)]^2} \times \frac{(n!)^2}{(2n)!} \frac{1.3.5......(4n-3)(4n-1)}{[1.3.5......(2n-3)(2n-1)]^2} = \text{R.H.S}$$

15. $\dfrac{x^2}{(x-1)(x-2)}$ **భిన్నాన్ని పాక్షిక భిన్నాలుగా విడగొట్టండి.**

Sol: $\dfrac{x^2}{(x-1)(x-2)} = 1+\dfrac{A}{x-1}+\dfrac{B}{x-2} = \dfrac{(x-1)(x-2)+A(x-2)+B(x-1)}{(x-1)(x-2)}$

$\Rightarrow (x-1)(x-2) + A(x-2) + B(x-1) = x^2$.......**(1)**

సమీకరణం (1) లో $x = 1$ వ్రాయగా $0 + A(1-2) + B(0) = 1 \Rightarrow -A = 1 \Rightarrow A = -1$

సమీకరణం (1) లో $x = 2$ వ్రాయగా $0 + A(0) + B(2-1) = 2^2 \Rightarrow B = 4$

$\therefore \dfrac{x^2}{(x-1)(x-2)} = 1+\dfrac{A}{x-1}+\dfrac{B}{x-2} = 1-\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{4}{x-2}$

---

16. 20 వరస సహజ సంఖ్యల నుండి రెండు సంఖ్యలను యాదృచ్ఛికంగా ఎంపిక చేస్తే, ఆ రెండు సంఖ్యల మొత్తం (i) ఒక సరి సంఖ్య (ii) ఒక బేసి సంఖ్య కాగల సంభావ్యతను కనుక్కోండి.

Sol: E అనేది రెండు సంఖ్యలను ఎంచుకునే సంఘటనగా భావిద్దాం, అలా ఎంచుకున్నప్పుడు వాటి మొత్తం సమసంఖ్య (even) అవుతుంది.

20 సంఖ్యలలో 2 సంఖ్యలను ఎంచుకునే మొత్తం మార్గాల సంఖ్య $n(S) = {}^{20}C_2 = 190$

ఏ 20 వరుస సహజ సంఖ్యల్లోనైనా 10 సమసంఖ్యలు, 10 బేసి సంఖ్యలు ఉంటాయి.

(i) సమసంఖ్య రావాలంటే, రెండూ సరి సంఖ్య లేదా రెండూ భేసి సంఖ్య కావాలి.

అందువల్ల, అనుకూల సంఘటనల సంఖ $n(E) = {}^{10}C_2 + {}^{10}C_2 = 45+45 = 90$

$\therefore P(\text{even sum}) = P(E) = \dfrac{n(E)}{n(S)} = \dfrac{90}{190} = \dfrac{9}{19}$

(ii) 'సరి' మరియు 'భేసి' రావడం పరస్పర పూరక సంఘటనలు (complementary events).

$\therefore P(\text{odd sum}) = P(\bar{E}) = 1-P(E) = 1-\dfrac{9}{19} = \dfrac{19-9}{19} = \dfrac{10}{19}$

---

17. A, B లు స్వతంత్ర ఘటనలు మరియు $P(A) = 0.2$, $P(B) = 0.5$, అయిన

(i) $P(A/B)$ (ii) $P(B/A)$ (iii) $P(A\cap B)$ (iv) $P(A\cup B)$ లను కనుగొనుము.

Sol: A, B లు స్వతంత్ర ఘటనలు కాబట్టి

(i) $P(A/B) = P(A) = 0.2$

(ii) $P(B/A) = P(B) = 0.5$

(iii) $P(A\cap B) = P(A).P(B) = 0.2 \times 0.5 = 0.1$

(iv) $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B) = 0.2 + 0.5 - 0.1 = 0.6$

సెక్షన్-సి

18. $\left(\dfrac{1+\sin\frac{\pi}{8}+i\cos\frac{\pi}{8}}{1+\sin\frac{\pi}{8}-i\cos\frac{\pi}{8}}\right)^{8/3}=-1$ అని చూపండి.

Sol: $z=\sin\frac{\pi}{8}+i\cos\frac{\pi}{8}$

$$\frac{1}{z}=\frac{1}{\sin\frac{\pi}{8}+i\cos\frac{\pi}{8}}=\frac{1\left(\sin\frac{\pi}{8}-i\cos\frac{\pi}{8}\right)}{\left(\sin\frac{\pi}{8}+i\cos\frac{\pi}{8}\right)\left(\sin\frac{\pi}{8}-i\cos\frac{\pi}{8}\right)}=\frac{\left(\sin\frac{\pi}{8}-i\cos\frac{\pi}{8}\right)}{\sin^2\frac{\pi}{8}+\cos^2\frac{\pi}{8}}=\left(\sin\frac{\pi}{8}-i\cos\frac{\pi}{8}\right)$$

$\therefore$ ఇచ్చిన సమీకరణం $=\left(\dfrac{1+\left(\sin\frac{\pi}{8}+i\cos\frac{\pi}{8}\right)}{1+\left(\sin\frac{\pi}{8}-i\cos\frac{\pi}{8}\right)}\right)^{8/3}=\left(\dfrac{1+z}{1+\frac{1}{z}}\right)^{8/3}=\left(\dfrac{\cancel{1+z}}{\frac{\cancel{z+1}}{z}}\right)^{8/3}=(z)^{8/3}$

$$=\left(\sin\frac{\pi}{8}+i\cos\frac{\pi}{8}\right)^{8/3}=\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{8}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{8}\right)\right]^{8/3}$$

$$=\left(\cos\frac{4\pi-\pi}{8}+i\sin\frac{4\pi-\pi}{8}\right)^{8/3}=\left(\cos\frac{3\pi}{8}+i\sin\frac{3\pi}{8}\right)^{8/3}=\left(\cos\frac{\cancel{8}}{\cancel{3}}\left(\frac{\cancel{3}\pi}{\cancel{8}}\right)+i\sin\frac{\cancel{8}}{\cancel{3}}\left(\frac{\cancel{3}\pi}{\cancel{8}}\right)\right)$$

$=\cos\pi+i\sin\pi=\cos180^\circ+i\sin180^\circ=-1+i(0)=-1$

---

19. $x^4+2x^3-5x^2+6x+2=0$, సమీకరణం ఒక మూలం $1+i$ అయితే, ఆ సమీకరణాన్ని సాధించండి.

Sol: వాస్తవ గుణకాలు గల బహుపది సమీకరణానికి కల్పిత మూలాలు జతగా ఉంటాయి.

దత్తాంశ సమీకరణం యొక్క మూలాలు $1+i$, $1-i$ అగును.

మూలాల మొత్తం $=(1+i)+(1-i)=2$; మూలాల లబ్ధం $=(1+i)(1-i)=1+1=2$

ఈ మూలాలు గల వర్గ కారణాంకం x^2- (మూలాల మొత్తం) $x+$ మూలాల లబ్ధం $=x^2-2x+2$

సింథటిక్ భాగహార పద్ధతి ఉపయోగించి $x^4+2x^3-5x^2+6x+2$ ను x^2-2x+2 తో భాగించగా

	1	2	–5	6	2
2	0	2	8	2	0
–2	0	0	–2	–8	–2
	1	4	1	0	0

ఇప్పుడు, $x^2+4x+1=0 \Rightarrow x=\dfrac{-4\pm\sqrt{16-4}}{2}=\dfrac{-4\pm\sqrt{12}}{2}=\dfrac{-4\pm2\sqrt{3}}{2}=-2\pm\sqrt{3}$

$\therefore$ ఇచ్చిన సమీకరణం మూలాలు $1+i, 1-i, -2+\sqrt{3}, -2-\sqrt{3}$

20. $(a+x)^n$ ద్విపద విస్తరణలో 2, 3, 4 పదాలు వరుసగా 240, 720, 1080 అయితే a, x, n ల విలువలు కనుక్కొండి.

Sol: $(a+x)^n$ విస్తరణలో 2వ పదం $T_2 = T_{1+1} = {}^nC_1 a^{n-1}x^1 = 240$ ....(1)

$(a+x)^n$ విస్తరణలో 3 వ పదం $T_3 = T_{2+1} = {}^nC_2 a^{n-2}x^2 = 720$ ....(2)

$(a+x)^n$ విస్తరణలో 4వ పదం $T_4 = T_{3+1} = {}^nC_3 a^{n-3}x^3 = 1080$ ....(3)

$$\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \frac{{}^nC_2 a^{n-2}x^2}{{}^nC_1 a^{n-1}x} = \frac{\cancel{720}}{\cancel{240}} = 3 \Rightarrow \left(\frac{{}^nC_2}{{}^nC_1}\right)(a^{-1})(x) = 3$$

$$\Rightarrow \left(\frac{n-1}{2}\right)\left(\frac{x}{a}\right) = 3 \quad \left(\because \frac{{}^nC_{r+1}}{{}^nC_r} = \frac{n-r}{r+1}\right)$$

$$\Rightarrow (n-1)(x) = 6a \qquad ....(4)$$

$$\frac{(3)}{(2)} \Rightarrow \frac{{}^nC_3 a^{n-3}x^3}{{}^nC_2 a^{n-2}x^2} = \frac{\cancel{1080}}{\cancel{720}} = \frac{\cancel{9}}{\cancel{6}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \left(\frac{{}^nC_3}{{}^nC_2}\right)(a^{-1})(x) = \frac{3}{2} \Rightarrow \left(\frac{n-2}{3}\right)\left(\frac{x}{a}\right) = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow 2(n-2)(x) = 9a \quad ....(5)$$

$$\frac{(5)}{(4)} \Rightarrow \frac{2(n-2)(x)}{(n-1)(x)} = \frac{9\cancel{a}}{6\cancel{a}} = \frac{3}{2} \Rightarrow 4(n-2) = 3(n-1) \Rightarrow 4n-8 = 3n-3 \Rightarrow n = 5$$

ఇప్పుడు, (4) $\Rightarrow (5-1)x = 6a \Rightarrow 4x = 6a \Rightarrow 2x = 3a \Rightarrow x = 3a/2$ .....(6)

మరియు $(1) \Rightarrow {}^nC_1 a^{n-1}x^1 = 240 \Rightarrow na^{n-1}x = 240$

$$\therefore 5a^{5-1}\left(\frac{3a}{2}\right) = (24)(10) \Rightarrow a^4.a = \frac{(\cancel{24})(\cancel{10})(2)}{(\cancel{5})(\cancel{3})} = 32 \quad \Rightarrow a^5 = 32 = 2^5 \Rightarrow a = 2$$

$\therefore$ (6) నుండి $x = \frac{3a}{2} = \frac{3(\cancel{2})}{\cancel{2}} = 3$

$\therefore a = 2, x = 3, n = 5$

21. $x=\frac{1.3}{3.6}+\frac{1.3.5}{3.6.9}+\frac{1.3.5.7}{3.6.9.12}+......$, అయిన $9x^2+24x=11$ అని నిరూపించండి.

Sol: దత్తాంశం నుండి $x=\frac{1.3}{3.6}+\frac{1.3.5}{3.6.9}+\frac{1.3.5.7}{3.6.9.12}+......=\frac{1.3}{2!}\left(\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1.3.5}{3!}\left(\frac{1}{3}\right)^3+\frac{1.3.5.7}{4!}\left(\frac{1}{3}\right)^4+..$

ఇరువైపులా $1+\frac{1}{3}$ ను కలుపగా $1+\frac{1}{3}+x=1+\frac{1}{1!}\left(\frac{1}{3}\right)+\frac{1.3}{2!}\left(\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1.3.5}{3!}\left(\frac{1}{3}\right)^3+......$

పై శ్రేణిని $1+\frac{p}{1!}\left(\frac{y}{q}\right)+\frac{p(p+q)}{2!}\left(\frac{y}{q}\right)^2+.....=(1-y)^{-p/q}$ తో పోల్చగా

$p=1, p+q=3\Rightarrow 1+q=3\Rightarrow q=2$

మరియు $\frac{y}{q}=\frac{1}{3}\Rightarrow y=\frac{q}{3}=\frac{2}{3}$

$\therefore 1+\frac{1}{3}+x=(1-y)^{-p/q}=\left(1-\frac{2}{3}\right)^{-1/2}=\left(\frac{1}{3}\right)^{-1/2}=(3)^{1/2}=\sqrt{3}$

$\Rightarrow\frac{4}{3}+x=\sqrt{3}\Rightarrow x=\sqrt{3}-\frac{4}{3}=\frac{3\sqrt{3}-4}{3}=\frac{3\sqrt{3}-4}{3}\Rightarrow 3x=3\sqrt{3}-4\Rightarrow 3x+4=3\sqrt{3}$

$\Rightarrow(3x+4)^2=(3\sqrt{3})^2\Rightarrow 9x^2+24x+16=27\Rightarrow 9x^2+24x=11$

---

22. కింది అవిచ్ఛిన్న విభాజనానికి మధ్యమం నుంచి మధ్యమ విచలనాన్ని కనుక్కోండి.

ఎత్తు (సెం.మీ)	95-105	105-115	115-125	125-135	135-145	145-155
బాలుర సంఖ్య	9	13	26	30	12	10

Sol:

ఎత్తు	బాలుర సంఖ్య (f_i)	M.P(x_i)	f_ix_i	$\lvert x_i-\bar{x}\rvert$	$f_i\lvert x_i-\bar{x}\rvert$
95-105	9	100	900	25.3	227.7
105-115	13	110	1430	15.3	198.9
115-125	26	120	3120	5.3	137.8
125-135	30	130	3900	4.7	141.0
135-145	12	140	1680	14.7	176.4
145-155	10	150	1500	24.7	247.0
	Σf_i= 100=N		Σf_ix_i= 12530		$\Sigma f_i\lvert x_i-\bar{x}\rvert=1128.8$

ఇక్కడ, $N=\Sigma f_i=100$ మధ్యమం $\bar{x}=\frac{\Sigma f_ix_i}{N}=\frac{12530}{100}=125.3$

$\therefore$ మధ్యమం నుంచి మధ్యమ విచలనం $M.D=\frac{\Sigma f_i\lvert x_i-\bar{x}\rvert}{N}=\frac{1128.8}{100}=11.29$

23. I, II, III అంకెలను కలిగిన మూడు పెట్టెలలో క్రింది విధంగా బంతులు ఉన్నాయి.

	తెల్లనివి	నల్లనివి	ఎర్రనివి
I	1	2	3
II	2	1	1
III	4	5	3

ఒక పెట్టెను యాదృచ్ఛికంగా ఎంపిక చేసి, దాని నుంచి ఒక బంతిని తీశారు. అది ఎర్రనిది అయితే, అది పెట్టె II నుంచి తీయగల సంభావ్యతను కనుగొనుము.

Sol: బాక్సులు B_1, B_2, B_3లను ఎంపిక చేసే ఘటనలను వరుసగా B_1, B_2, B_3 అనుకొందాం మరియు ఎర్రని బంతిని ఎంపిక చేసే ఘటన R అనుకొందాం.

$\therefore P(B_1)=\frac{1}{3}, P(B_2)=\frac{1}{3}, P(B_3)=\frac{1}{3}$ మరియు $P\left(\frac{R}{B_1}\right)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}, P\left(\frac{R}{B_2}\right)=\frac{1}{4}, P\left(\frac{R}{B_3}\right)=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$

కావున, బేయీా సిద్ధాంతం ప్రకారం కావలసిన సంభావ్యత

$$P\left(\frac{B_2}{R}\right)=\frac{P(B_2)P\left(\frac{R}{B_2}\right)}{P(B_1)P\left(\frac{R}{B_1}\right)+P(B_2)P\left(\frac{R}{B_2}\right)+P(B_3)P\left(\frac{R}{B_3}\right)}=\frac{\cancel{\frac{1}{3}}\times\frac{1}{4}}{\cancel{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)}=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}}=\frac{\left(\frac{1}{4}\right)}{\left(\frac{4}{4}\right)}=\frac{1}{4}$$

---

24. ఒక యాదృచ్ఛిక చలరాశి X వ్యాప్తి {0, 1, 2}మరియు $P(X = 0) = 3c^3$, $P(X = 1) = 4c - 10c^2$, $P(X = 2) = 5c - 1$ ఇక్కడ 'c' స్థిరము అని ఇస్తే (i) c (ii) $P(0 < x < 3)$ (iii) $P(1 < x \le 2)$ (iv) $P(x < 1)$ లను కనుక్కోండి.

Sol: (i) $\Sigma P(X = xi) = 1$ అని మనకు తెలుసు

$\Rightarrow 3c^3+4c-10c^2+5c-1=1 \Rightarrow 3c^3-10c^2+9c-1=1 \Rightarrow 3c^3-10c^2+9c-2=0$

ఇక్కడ, గుణకాల మొత్తము $3-10+9-2=0$. కాబట్టి పై సమీకరణానికి 1 ఒక మూలం అగును.

సింథటిక్ భాగహార పద్ధతి ప్రకారం,

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 3 & -10 & 9 & -2 \\ & 0 & 3 & -7 & 2 \\ \hline & 3 & -7 & 2 & 0 \end{array}$$

$\therefore 3c^3-10c^2+9c-2=(c-1)(3c^2-7c+2)=(c-1)[3c^2-6c-c+2]$

$=(c-1)[3c(c-2)-1(c-2)]=(c-1)(c-2)(3c-1)$

ఇప్పుడు, $3c^3-10c^2+9c-2=0 \Rightarrow (c-1)(c-2)(3c-1)=0 \Rightarrow c=1, 2, \frac{1}{3}$

$\therefore$ c = 1/3 మాత్రమే సాధ్యం. $[\because 0 \le p \le 1]$

(ii) $P(0<X<3)=P(X=1)+P(X=2)=(4c-10c^2)+(5c-1)=9c-10c^2-1$

$$=9\left(\frac{1}{3}\right)-10\left(\frac{1}{3}\right)^2-1=\frac{9}{3}-\frac{10}{9}-1=3-\frac{10}{9}-1=2-\frac{10}{9}=\frac{8}{9}$$

(iii) $P(1<x\le 2)=P(X=2)=5c-1=5\left(\frac{1}{3}\right)-1=\frac{5}{3}-1=\frac{2}{3}$

(iv) $P(X<1)=P(X=0)=3c^3=3\left(\frac{1}{3}\right)^3=3.\frac{1}{27}=\frac{1}{9}$