Previous IPE

SOLVED PAPERS

MARCH -2024(AP)

PREVIOUS PAPERS

IPE: MARCH-2024(AP)

Time : 3 Hours | గణితశాస్త్రం- 2A | Max.Marks : 75

BABY BULLET-Q

సెక్షన్-ఎ

I. ఈ క్రింది అన్ని అతిస్వల్ప సమాధాన ప్రశ్నలకు సమాధానం వ్రాయండి: **$10 \times 2 = 20$**

1. $\frac{5i}{7+i}$ యొక్క సంయుగ్మాన్ని రాయండి.
2. $-2i(3+i)(2+4i)(1+i)$ ను సూక్ష్మీకరించి, ఆ సంకీర్ణసంఖ్య మాపాన్ని రాబట్టింది.
3. $1, \omega, \omega^2$లు 1 యొక్క ఘన మూలాలు అయితే $(2-\omega)(2-\omega^2)(2-\omega^{10})(2-\omega^{11}) = 49$ అని చూపండి.
4. x యొక్క ఏ విలువలకు $x^2-5x-14$ ధనాత్మకమగును?
5. $1, -1, 3$ లు మూలాలు గల కనిష్ఠ తరగతి బహుప ది సమీకరణాన్ని రూపొందించండి.
6. 3 వేర్వేరు పుస్తకాలను ఒక్కోదానికి 4 ప్రతులున్నాయి. ఈ 12 పుస్తకాలను ఒక అరలో ఎన్ని రకాలుగా అమర్చవచ్చు?
7. ${}^nP_r = 5040, {}^nC_r = 210$ అయిన n, r లను కనుగొనుము
8. $\left(\frac{2x}{3}+\frac{3y}{2}\right)^9$ లో 6వ పదం కనుగొనుము. కనుగొనుము.
9. 4, 6, 9, 3, 10, 13, 2 అనే దత్తాంశానికి మధ్యగతం నుంచి మధ్యమ విచలనాన్ని కనుక్కోండి.
10. ఒక ద్విపద విభాజనం అంకమధ్యమం, విస్తృతి వరసగా 4,3. ఆ విభాజనాన్ని సంధానించి $P(X \ge 1)$ని కనుక్కోండి.

సెక్షన్-బి

II. క్రింది వాటిలో ఏవేని ఐదు స్వల్పసమాధాన ప్రశ్నలకు సమాధానం వ్రాయండి. **$5 \times 4 = 20$**

11. ఆర్గాండ్ తలంలో $-2+7i, \frac{-3}{2}+\frac{1}{2}i, 4-3i, \frac{7}{2}(1+i)$ అనే సంకీర్ణ సంఖ్యలు సూచించే బిందువులు ఒక రాంబస్‌ను ఏర్పర్చునని చూపుము.
12. $x \in R$ కు, $\frac{x-p}{x^2-3x+2}$ సమాసం వాస్తవమైతే, అప్పుడు P అవధులను కనుక్కోండి.
13. CONSIDER పదంలోని అక్షరాలనుపయోగించి ఎన్ని 5 అక్షరాల పదాలు ఏర్పరచవచ్చు? వాటిలో ఎన్ని పదాలు "C" తో మొదలవుతాయి? ఎన్ని పదాలకు చివరి అక్షరం "R" అవుతుంది ? ఎన్ని పదాలు "C" తో మొదలయి "R" తో అంతమవుతాయి?
14. ఒక ప్రశ్నాపత్రంలోని మూడు విభాగాలు A,B,C లలో వరసగా 3,4,5 ప్రశ్నలున్నాయి. ఒక్కో విభాగం నుండి కనీసం ఒక ప్రశ్న ఉండేట్లుగా మొత్తం 6 ప్రశ్నలు ఎంచుకొనే విధానాల సంఖ్య కనుక్కోండి.
15. $\frac{2x^2+3x+4}{(x-1)(x^2+2)}$ ను పాక్షికభిన్నాలుగా విడగొట్టండి.
16. 75% సందర్భాల్లో A నిజం మాట్లాడతాడు, B, 80% సందర్భాల్లో నిజం మాట్లాడతాడు. ఒక సంఘటన గురించి వారు చెప్పే విషయం పరస్పరం విభేదించడానికి సంభావ్యత ఎంత?
17. ఒక నిష్పాక్షిక పాచికను దొర్లించారు. $A=\{1,3,5\}, B=\{2,3\}, C=\{2,3,4,5\}$ఘటనలను తీసుకొండి.
(i) $P(A \cap B), P(A \cup B)$ (ii) $P(A|B), P(B|A)$ (iii) $P(A|C), P(C|A)$ (iv) $P(B|C), P(C|B)$లను కనుక్కోండి.

సెక్షన్-సి

III. క్రింది వాటిలో ఏవేని ఐదు దీర్ఘసమాధాన ప్రశ్నలకు సమాధానం వ్రాయండి. **$5 \times 7 = 35$**

18. $\cos\alpha+\cos\beta+\cos\gamma=0=\sin\alpha+\sin\beta+\sin\gamma$, అయిన
(i) $\cos3\alpha+\cos3\beta+\cos3\gamma=3\cos(\alpha+\beta+\gamma)$ (ii) $\sin3\alpha+\sin3\beta+\sin3\gamma=3\sin(\alpha+\beta+\gamma)$
19. $6x^6-25x^5+31x^4-31x^2+25x-6=0$ ను సాధించుము
20. $(1+x)^n$ ద్విపద విస్తరణలో 4 వరస పదాల గుణకాలు వరుసగా a_1, a_2, a_3, a_4 అయితే $\frac{a_1}{a_1+a_2}+\frac{a_3}{a_3+a_4}=\frac{2a_2}{a_2+a_3}$ అని చూపండి.
21. $\frac{3}{4.8}-\frac{3.5}{4.8.12}+\frac{3.5.7}{4.8.12.16}-\ldots\ldots$ అనే అనంత శ్రేణి మొత్తమును కనుగొనుము.
22. సోపాన విచలన పద్ధతిని ఉపయోగించి, కింది దత్తాంశానికి మధ్యమం నుంచి మధ్యమ విచలనాన్ని కనుక్కోండి.

మార్కులు	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
విద్యార్థుల సంఖ్య	6	5	8	15	7	6	3

23. సంభావ్యతమీద సంకలన సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించుము.
24. ఒక యాదృచ్ఛిక చలరాశి X సంభావ్యతా విభాజనాన్ని క్రింద ఇచ్చాం.

X = x	0	1	2	3	4	5	6	7
P(X = x)	0	k	2k	2k	3k	k^2	$2k^2$	$7k^2+k$

అయిన (i) k విలువ (ii) సగటు మరియు (iii) $P(0<x<5)$ లను కనుగొనుము.

IPE AP MARCH-2024
SOLUTIONS

సెక్షన్-ఎ

1. $\frac{5i}{7+i}$ యొక్క సంయుగ్మాన్ని వ్రాయండి.

Sol: $\frac{5i}{7+i}=\frac{5i(7-i)}{(7+i)(7-i)}=\frac{35i-5i^2}{7^2+1^2}=\frac{35i-5(-1)}{7^2+1^2}=\frac{35i+5}{50}=\frac{5(7i+1)}{5\times10}=\frac{7i+1}{10}=\frac{1+7i}{10}$

$\therefore \frac{1+7i}{10}$ యొక్క సంయుగ్మం $\frac{1-7i}{10}$

---

2. $-2i(3+i)(2+4i)(1+i)$ ను సూక్ష్మీకరించి, ఆ సంకీర్ణసంఖ్య మాపాన్ని రాబట్టండి.

Sol: G.E $=-2i(3+i)(2+4i)(1+i)=[-2i(3+i)][(2+4i)(1+i)]$

$=(-6i-2i^2)(2+2i+4i+4i^2)=(-6i-2(-1))(2+6i+4(-1))$

$=(2-6i)(-2+6i)=-4+12i+12i-36i^2=-4+12i+12i-36(-1)=32+24i=8(4+3i)$

$\therefore$ మాపం $=|8(4+3i)|=8\sqrt{4^2+3^2}=8\sqrt{25}=8(5)=40$

---

3. $1, \omega, \omega^2$లు 1 యొక్క ఘన మూలాలు అయితే $(2-\omega)(2-\omega^2)(2-\omega^{10})(2-\omega^{11})=49$ అని నిరూపించండి.

Sol: $\omega^{10}=(\omega^9)\omega=(\omega^3)^3\omega=1(\omega)=\omega$; $\omega^{11}=(\omega^{10})\omega=(\omega)\omega=\omega^2$

$\therefore (2-\omega)(2-\omega^2)(2-\omega^{10})(2-\omega^{11})$

$=(2-\omega)(2-\omega^2)(2-\omega)(2-\omega^2)=(2-\omega)^2(2-\omega^2)^2=[(2-\omega)(2-\omega^2)]^2$

$=[4-2\omega^2-2\omega+\omega^3]^2=[4-2(\omega^2+\omega)+1]^2=[5-2(\omega^2+\omega)]^2=[5-2(-1)]^2$

$=(5+2)^2=7^2=49$

---

4. x యొక్క ఏ విలువలకు $x^2-5x-14$ ధనాత్మకమగును?

Sol: $x^2-5x-14$ ను ax^2+bx+c తో పోల్చగా $a=1$, $b=-5$, $c=-14$.

$\Delta=b^2-4ac=(-5)^2-4(1)(-14)=25+56=81>0$

ఇక్కడ, Δ ధనాత్మకం. $\therefore$ మూలాలు వాస్తవం

$x^2-5x-14=0 \Rightarrow x^2-7x+2x-14=0 \Rightarrow x(x-7)+2(x-7)=0 \Rightarrow (x+2)(x-7)=0 \Rightarrow x=-2$ or 7

అదే విధంగా, $a=1>0$.

$\therefore x<\alpha$ లేదా $x>\beta$ అయిన 1, $x^2-5x-14$ లకు సమాన గుర్తులుండును

$\Rightarrow x<-2$ లేదా $x>7$ నకు $x^2-5x-14$ ధనాత్మకం

5. 1, –1, 3 లు మూలాలు గల కనిష్ఠ తరగతి బహుపది సమీకరణాన్ని రూపొందించండి.

Sol: α, β, γ లు మూలాలుగా గల సమీకరణంis $(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)=0$

కావలసిన సమీకరణం $(x-1)(x+1)(x-3)=0 \Rightarrow (x^2-1)(x-3)=0 \Rightarrow x^3-3x^2-x+3=0$

---

6. 3 వేర్వేరు పుస్తకాలను ఒక్కోదానికి 4ప్రతులున్నాయి. ఈ 12 పుస్తకాలను ఒక అరలో ఎన్ని రకాలుగా అమర్చవచ్చు?

Sol: దత్తాంశం ప్రకారం, ఇచ్చిన 12 పుస్తకాలలో 4 పుస్తకాలు ఒక రకంగా, 4 పుస్తకాలు రెండో రకంగా, 4 పుస్తకాలు మూడోరకంగా ఉన్నాయి.

కనుక, ఈ 12 పుస్తకాలను ఒక అరలో అమర్చే విధానాలు $= \dfrac{n!}{p!q!r!} = \dfrac{12!}{4!\,4!4!}$

---

7. $^nP_r = 5040$, $^nC_r = 210$ అయిన n, r లను కనుగొనుము

Sol: $r! = \dfrac{^nP_r}{^nC_r} = \dfrac{5040}{210} = 24 = 4! \qquad \therefore r! = 4! \Rightarrow r = 4$

$^nP_4 = 5040 = 10\times 504 = 10\times 9\times 56 = 10\times 9\times 8\times 7 = {}^{10}P_4 \quad \Rightarrow n = 10$

$\therefore$ n =10, r = 4.

---

8. $\left(\dfrac{2x}{3}+\dfrac{3y}{2}\right)^9$ విస్తరణలో 6వ పదాన్ని కనుగొనుము.

Sol: $(x+y)^n$, $T_{r+1} = {}^nC_r\, x^{n-r}\, y^r$ అని మనకు తెలుసు

$$\therefore T_6 = T_{5+1} = {}^9C_5\left(\frac{2x}{3}\right)^{9-5}\left(\frac{3y}{2}\right)^5 = {}^9C_5\left(\frac{2}{3}\right)^4 x^4\left(\frac{3}{2}\right)^5 y^5$$

$$= \frac{\cancel{9}\times\cancel{8}\times 7\times 6}{1\times\cancel{2}\times\cancel{3}\times\cancel{4}}\times\frac{\cancel{2^4}}{\cancel{3^4}}\times\frac{\cancel{3^5}}{\cancel{2^5}}x^4y^5 = 27\times 7x^4y^5 = 189x^4y^5$$

9. 4, 6, 9, 3, 10, 13, 2 అనే దత్తాంశానికి మధ్యమం నుంచి మధ్యమ విచలనాన్ని కనుక్కోండి.

Sol: ఇచ్చిన దత్తాంశం: 4, 6, 9, 3, 10, 13, 2. దాని ఆరోహణ క్రమం: 2, 3, 4, <u>6</u>, 9, 10, 13.

పరిశీలనల సంఖ్య n = 7 బేసి

$\therefore$ దత్తాంశం యొక్క మధ్యగతం $\Rightarrow M = 6$

మధ్యగతం నుండి పరిశీలనల విచలనాలు: $2 - 6 = -4;\quad 3 - 6 = -3\,;\ 4 - 6 = -2;\ \ 6 - 6 = 0;$

$9 - 6 = 3;\quad 10 - 6 = 4;\ 13 - 6 = 7$

కావున విచలనాల పరమ మూల్యాలు: 4, 3, 2, 0, 3, 4, 7

$\therefore$ మధ్యగతం నుంచి $M.D = \dfrac{\Sigma|x_i - M|}{7} = \dfrac{4+3+2+0+3+4+7}{7} = \dfrac{23}{7} = 3.29$

---

10. ఒక ద్విపద విభాజనం అంకమధ్యమం, విస్తృతి వరసగా 4,3. ఆ విభాజనాన్ని సంధానించి P(X≥1)ని కనుక్కోండి.

Sol: దత్తాంశం నుండి అంకమధ్యమం np = 4, విస్తృతి npq = 3

ఇప్పుడు, $(np)q = 3 \Rightarrow (4)q = 3 \Rightarrow q = \dfrac{3}{4} \Rightarrow p = 1 - q = 1 - \dfrac{3}{4} = \dfrac{4-3}{4} = \dfrac{1}{4}$

$np = 4 \Rightarrow n\left(\dfrac{1}{4}\right) = 4 \Rightarrow n = 4(4) = 16 \qquad \therefore n = 16,\ \ q = 3/4$ మరియు $p = 1/4$

ద్విపద విభాజనం $P(X = r) = {}^{n}C_r q^{n-r}.p^r = {}^{16}C_r \left(\dfrac{3}{4}\right)^{16-r}.\left(\dfrac{1}{4}\right)^{r}$

$\therefore P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - q^n = 1 - \left(\dfrac{3}{4}\right)^{n} = 1 - \left(\dfrac{3}{4}\right)^{16}$

BABY BULLET-Q

సెక్షన్-బి

11. **ఆర్గాండ్ తలంలో $-2+7i, \frac{-3}{2}+\frac{1}{2}i, 4-3i, \frac{7}{2}(1+i)$ అనే సంకీర్ణ సంఖ్యలు సూచించే బిందువులు ఒక రాంబస్‌ను ఏర్పర్చునని చూపుము.**

Sol: ఇచ్చిన బిందువులు A(–2, 7), B$\left(-\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right)$, C(4, –3); D$\left(\frac{7}{2},\frac{7}{2}\right)$

$$AB=\sqrt{\left(-2+\frac{3}{2}\right)^2+\left(7-\frac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{13}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{169}{4}}=\frac{\sqrt{170}}{2}$$

$$BC=\sqrt{\left(4+\frac{3}{2}\right)^2+\left(-3-\frac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{11}{2}\right)^2+\left(\frac{-7}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{121}{4}+\frac{49}{4}}=\frac{\sqrt{170}}{2}$$

$$CD=\sqrt{\left(4-\frac{7}{2}\right)^2+\left(-3-\frac{7}{2}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{-13}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{169}{4}}=\frac{\sqrt{170}}{2}$$

$$DA=\sqrt{\left(\frac{7}{2}+2\right)^2+\left(\frac{7}{2}-7\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{11}{2}\right)^2+\left(\frac{-7}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{121}{4}+\frac{49}{4}}=\frac{\sqrt{170}}{2}$$

$$AC=\sqrt{(4+2)^2+(-3-7)^2}=\sqrt{6^2+(-10)^2}=\sqrt{36+100}=\sqrt{136}$$

$$BD=\sqrt{\left(\frac{7}{2}+\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{7}{2}-\frac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2+\left(\frac{6}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{100}{4}+\frac{36}{4}}=\frac{\sqrt{136}}{2}$$

కావున, AB, BC,CD, DA అనే నాలుగు భుజాలు సమానం.

AC, BD అనే రెండు కర్ణాలు అసమానం.

$\therefore$ A, B, C, D లు ఒక రాంబస్‌ను ఏర్పర్చును.

BABY BULLET-Q

12. $x \in R$ కు $\frac{x-p}{x^2-3x+2}$ సమాసం వాస్తవమైతే, అప్పుడు p అవధులను కనుక్కోండి.

Sol: $y = \frac{x-p}{x^2-3x+2} \Rightarrow y(x^2-3x+2) = x-p$

$\Rightarrow yx^2 - 3yx + 2y = x - p \Rightarrow yx^2 + (-3y-1)x + (2y+p) = 0$ ...... (1)

(1) x లో వర్గసమీకరణం మరియు దాని మూలాలు వాస్తవం.

$\therefore \Delta = b^2 - 4ac \geq 0$

$\Rightarrow (-3y-1)^2 - 4y(2y+p) \geq 0 \Rightarrow 9y^2 + 6y + 1 - 8y^2 - 4py \geq 0 \Rightarrow y^2 + (6-4p)y + 1 \geq 0$ ..... (2)

కాని y వాస్తవము మరియు y^2 గుణకం ధనాత్మకం

$\therefore$ (2) నిజమగుటకు $y^2 + (6-4p)y + 1 = 0$ మూలాలు కల్పితాలు లేదా వాస్తవ సమానాలు అవ్వాలి.

$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \leq 0 \Rightarrow (6-4p)^2 - 4 \leq 0 \Rightarrow 36 + 16p^2 - 48p - 4 \leq 0$

$\Rightarrow 16p^2 - 48p + 32 \leq 0 \Rightarrow 16(p^2 - 3p + 2) \leq 0$

$\Rightarrow p^2 - 3p + 2 \leq 0 \Rightarrow (p-1)(p-2) \leq 0 \Rightarrow 1 \leq p \leq 2$

కాని, $x = p = 1$ లేదా 2 అయితే $\frac{x-p}{x^2-3x+2} = \frac{x-p}{(x-1)(x-2)}$ సమాసపు విలువ $\frac{0}{0}$ అగును. ఇది నిర్వచించబడదు.

$\therefore 1 < p < 2$

---

13. CONSIDER పదంలోని అక్షరాలనుపయోగించి ఎన్ని 5 అక్షరాల పదాలు ఏర్పరచవచ్చు? వాటిలో ఎన్ని పదాలు "C" తో మొదలవుతాయి? ఎన్ని పదాలకు చివరి అక్షరం "R" అవుతుంది ? ఎన్ని పదాలు "C" తో మొదలయి "R" తో అంతమవుతాయి?

Sol: **i)** CONSIDER పదంలో మొత్తం 8 అక్షరాలున్నాయి.

కనుక వీటినుపయోగించి ఏర్పరిచే 5 అక్షరాల పదాల సంఖ్య $= {}^8P_5 = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 6720$

ii) C తో మొదలయ్యే 5 అక్షరాల పదాలు:

C				

మొదటి స్థానాన్ని C తో నింపగా మిగిలిన .

ఇప్పుడు మిగిలిన 5 స్థానాలను మిగిలిన 7 అక్షరాలతో ${}^7P_4 = 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$ways.

iii) R తో అంతమయ్యే 5 అక్షరాల పదాలు:

				R

చివరి స్థానాన్ని R తో నింపగా ఇప్పుడు మిగిలిన 4 స్థానాలను

మిగిలిన 7 అక్షరాలతో నింపగా ${}^7P_4 = 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$ways.

iv) C తో మొదలయి, R తో అంతమయ్యే 5 అక్షరాల పదాలు:

C				R

మొదటి, చివరి స్థానాలను C, R తో నింపగా

మిగిలిన 3 స్థానాలను మిగిలిన 6 అక్షరాలతో నింపగా ${}^6P_3 = 6 \times 5 \times 4 = 120$ ways

BABY BULLET-Q

14. **ఒక ప్రశ్నాపత్రంలోని మూడు విభాగాలు A,B,C లలో వరసగా 3,4,5 ప్రశ్నలున్నాయి. ఒక్కో విభాగం నుండి కనీసం ఒక ప్రశ్న ఉండేట్లుగా మొత్తం 6 ప్రశ్నలు ఎంచుకొనే విధానాల సంఖ్య కనుక్కోండి.**

Sol: ఒక్కో విభాగం నుండి కనీసం ఒక ప్రశ్న ఉండేట్లుగా మొత్తం 6 ప్రశ్నలు ఎంచుకొనే విధానాల సంఖ్య కనుక్కోండి.

విభాగం-A 3	విభాగం-B 4	విభాగం-C 5	ఎంచుకొనే విధానాల సంఖ్య
3	2	1	${}^3C_3 \times {}^4C_2 \times {}^5C_1 = 1\times6\times5=30$
3	1	2	${}^3C_3 \times {}^4C_1 \times {}^5C_2 = 1\times4\times10=40$
2	3	1	${}^3C_2 \times {}^4C_3 \times {}^5C_1 = 3\times4\times5=60$
2	2	2	${}^3C_2 \times {}^4C_2 \times {}^5C_2 = 3\times6\times10=180$
2	1	3	${}^3C_2 \times {}^4C_1 \times {}^5C_3 = 3\times4\times10=120$
1	4	1	${}^3C_1 \times {}^4C_4 \times {}^5C_1 = 3\times1\times5=15$
1	3	2	${}^3C_1 \times {}^4C_3 \times {}^5C_2 = 3\times4\times10=120$
1	2	3	${}^3C_1 \times {}^4C_2 \times {}^5C_3 = 3\times6\times10=180$
1	1	4	${}^3C_1 \times {}^4C_1 \times {}^5C_4 = 3\times4\times5=60$

$\therefore$ కావలసిన సంఖ్య $= 30 + 40 + 60 + 180 + 120 + 15 + 120 + 180 + 60 = 805$.

BABY BULLET-Q

15. $\dfrac{2x^2+3x+4}{(x-1)(x^2+2)}$ **ను పాక్షిక భిన్నాలుగా విడగొట్టండి.**

Sol: $\dfrac{2x^2+3x+4}{(x-1)(x^2+2)}=\dfrac{A}{x-1}+\dfrac{Bx+C}{x^2+2}=\dfrac{A(x^2+2)+(Bx+1)(x-1)}{(x-1)(x^2+2)}$

$\therefore A(x^2+2)+(Bx+C)(x-1)=2x^2+3x+4.......(1)$

$x=1$ ను (1) లో ప్రతిక్షేపించగా $A(1^2+2)+(Bx+C)(0)=2(1^2)+3(1)+4$

$\Rightarrow 3A=9 \Rightarrow A=3$

$=0$ ను (1) లో ప్రతిక్షేపించగా $A(0+2)+(0+C)(0-1)=4 \Rightarrow 2A-C=4$

$\Rightarrow C=2A-4=2(3)-4=2$

x^2 గుణకాలను పోల్చగా $A+B=2 \Rightarrow 3+B=2 \Rightarrow B=-1$

$\therefore \dfrac{2x^2+3x+4}{(x-1)(x^2+2)}=\dfrac{3}{x-1}+\dfrac{(-1)x+2}{x^2+2}=\dfrac{3}{x-1}+\dfrac{2-x}{x^2+2}$

---

16. 75% సందర్భాల్లో A అనే వ్యక్తి నిజం మాట్లాడతాడు, B అనే వ్యక్తి 80% సందర్భాల్లో నిజం మాట్లాడతాడు. ఒక సంఘటన గురించి వారు చెప్పే విషయం పరస్పరం విభేదించడానికి సంభావ్యత ఎంత?

Sol: A, B లు నిజం చెప్పే ఘటనలు వరసగా A,B లు అనుకుందాం.

$P(A)=\dfrac{75}{100}=\dfrac{3}{4};\ P(B)=\dfrac{80}{100}=\dfrac{4}{5}\quad \therefore P(\bar{A})=1-P(A)=1-\dfrac{3}{4}=\dfrac{1}{4};\ \ P(\bar{B})=1-P(B)=1-\dfrac{4}{5}=\dfrac{1}{5}$

A, B లు పరస్పరము విభేదించే ఘటన E అనుకొనుము.

$\Rightarrow P(E)=P\left[(A\cap\bar{B})\cup(\bar{A}\cap B)\right]=P(A\cap\bar{B})+P(\bar{A}\cap B)$

$=P(A)P(\bar{B})+P(\bar{A})P(B)$ [$\because$ A,B లు స్వతంత్ర ఘటనలు] $=\dfrac{3}{4}.\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{4}.\dfrac{4}{5}=\dfrac{7}{20}$

BABY BULLET-Q

17. **ఒక నిష్పాక్షిక పాచికను దొర్లించారు. A={1,3,5}, B={2,3} C={2,3,4,5}.ఘటనలను తీసుకోండి. (i) P(A∩B), P(A∪B)(ii) P(A|B), P(B|A)(iii) P(A|C), P(C|A) (iv) P(B|C), P(C|B)లను కనుక్కోండి.**

Sol: ఒక పాచికను దొర్లించినప్పుడు $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow n(S) = 6$

ఇచ్చినది, $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 3\}$ మరియు $C = \{2, 3, 4, 5\}$

$\therefore A\cap B = \{3\}$, $A\cup B = \{1, 2, 3, 5\}$, $A\cap C = \{3, 5\}$, $B\cap C = \{2, 3\}$

i) $P(A\cap B) = \frac{1}{6}, P(A\cup B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

ii) $P(A/B) = \frac{n(A\cap B)}{n(B)} = \frac{1}{2}, P(B/A) = \frac{n(A\cap B)}{n(A)} = \frac{1}{3}$

iii) $P(A/C) = \frac{n(A\cap C)}{n(C)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, P(C/A) = \frac{n(A\cap C)}{n(A)} = \frac{2}{3}$

iv) $P(B/C) = \frac{n(B\cap C)}{n(C)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, P(C/B) = \frac{n(B\cap C)}{n(B)} = \frac{2}{2} = 1$

BABY BULLET-Q

సెక్షన్-సి

18. $\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma = 0 = \sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma$, అయిన

i) $\cos 3\alpha+\cos 3\beta+\cos 3\gamma=3\cos(\alpha+\beta+\gamma)$

ii) $\sin 3\alpha+\sin 3\beta+\sin 3\gamma=3\sin(\alpha+\beta+\gamma)$

iii) $\cos(\alpha+\beta)+\cos(\beta+\gamma)+\cos(\gamma+\alpha)=0$ అని చూపండి.

Sol: i) దత్తాంశము: $\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma = 0 = \sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma$

$a = \cos\alpha + i\sin\alpha = \text{cis}\alpha, b = \cos\beta + i\sin\beta = \text{cis}\beta, c = \cos\gamma + i\sin\gamma = \text{cis}\gamma$ అనుకొనిన

$a + b + c = (\cos\alpha + i\sin\alpha) + (\cos\beta + i\sin\beta) + (\cos\gamma + i\sin\gamma)$

$= (\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma) + i(\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma) = 0 + i(0) = 0$

$\therefore a+b+c=0 \Rightarrow a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

$\Rightarrow (\text{cis}\alpha)^3 + (\text{cis}\beta)^3 + (\text{cis}\gamma)^3 = 3\text{cis}\alpha.\text{cis}\beta.\text{cis}\gamma$

$\Rightarrow \text{cis}3\alpha + \text{cis}3\beta + \text{cis}3\gamma = 3\text{cis}(\alpha+\beta+\gamma)$

$\Rightarrow (\cos 3\alpha + i\sin 3\alpha) + (\cos 3\beta + i\sin 3\beta) + (\cos 3\gamma + i\sin 3\gamma) = 3[\cos(\alpha+\beta+\gamma) + i\sin(\alpha+\beta+\gamma)]$

$\Rightarrow (\cos 3\alpha + \cos 3\beta + \cos 3\gamma) + i(\sin 3\alpha + \sin 3\beta + \sin 3\gamma) = 3\cos(\alpha+\beta+\gamma) + i.3\sin(\alpha+\beta+\gamma)$

ii) వాస్తవ భాగాలను పోల్చగా $\cos 3\alpha + \cos 3\beta + \cos 3\gamma = 3\cos(\alpha+\beta+\gamma)$

కావున, (i) నిరూపించబడినది.

కల్పిత భాగాలను పోల్చగా $\sin 3\alpha + \sin 3\beta + \sin 3\gamma = 3\sin(\alpha+\beta+\gamma)$

కావున, (ii) నిరూపించబడినది.

iii) $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c} = \frac{1}{\text{cis}\alpha}+\frac{1}{\text{cis}\beta}+\frac{1}{\text{cis}\gamma}$ అనుకొనుము.

$= (\cos\alpha - i\sin\alpha) + (\cos\beta - i\sin\beta) + (\cos\gamma - i\sin\gamma)$

$= (\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma) - i(\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma) = 0 - i(0) = 0$

$\Rightarrow \frac{bc + ca + ab}{abc} = 0$

$\Rightarrow ab + bc + ca = 0 \Rightarrow (\text{cis}\alpha)(\text{cis}\beta) + (\text{cis}\beta)(\text{cis}\gamma) + (\text{cis}\gamma)(\text{cis}\alpha) = 0$

$\Rightarrow \text{cis}(\alpha+\beta) + \text{cis}(\beta+\gamma) + \text{cis}(\gamma+\alpha) = 0$

$\Rightarrow [\cos(\alpha+\beta) + \cos(\beta+\gamma) + \cos(\gamma+\alpha)] + i[\sin(\alpha+\beta) + \sin(\beta+\gamma) + \sin(\gamma+\alpha)] = 0 + i(0) = 0$

వాస్తవ భాగాలను పోల్చగా $\cos(\alpha+\beta) + \cos(\beta+\gamma) + \cos(\gamma+\alpha) = 0$

కావున, (iii) నిరూపించబడినది.

BABY BULLET-Q

19. $6x^6 - 25x^5 + 31x^4 - 31x^2 + 25x - 6 = 0$ **ను సాధించుము.**

Sol: ఇచ్చిన సమీకరణం తరగతి $n=6$ సరి సంఖ్య మరియు $a_k = -a_{n-k}$ $\forall\, k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$

కావున ఇచ్చిన సమీకరణం 'రెండవ కోవకు చెందిన సరి తరగతి వ్యుత్క్రమ సమీకరణం'

కావున ఇచ్చిన సమీకరణం యొక్క మూలాలు 1,–1

ఇచ్చిన సమీకరణంను (x–1), (x+1), తో భాగించగా,

1	6	–25	31	0	–31	25	–61
	0	6	–19	12	12	–19	6
-1	6	–19	12	12	–19	6	0
	0	–6	25	–37	25	–6	
	6	–25	37	–25	6	0	

ఇప్పుడు $6x^4-25x^3+37x^2-25x+6=0$ అనే వ్యుత్క్రమ సమీకరణంను సాధించవలెను.

పై సమీకరణాన్ని x^2 తో భాగించగా

$$6x^2 - 25x + 37 - \frac{25}{x} + \frac{6}{x^2} = 0 \Rightarrow 6\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 25\left(x + \frac{1}{x}\right) + 37 = 0 \qquad ....(1)$$

$x + \frac{1}{x} = y$, అయిన $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = y^2 - 2$

$\therefore$ (1) $\Rightarrow 6(y^2-2)-25(y)+37 = 0 \Rightarrow 6y^2-12-25y+37 = 0$

$\Rightarrow 6y^2 - 25y + 25 = 0 \Rightarrow 6y^2-15y-10y + 25 = 0 \Rightarrow 3y(2y-5)-5(2y-5) = 0$

$\Rightarrow (2y-5)(3y-5)=0 \Rightarrow y=5/2$ (or) $5/3$

$y = \frac{5}{2}$, అయిన $x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2$ (or) $\frac{1}{2}$

$y = \frac{5}{3}$, అయిన $x + \frac{1}{x} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{x^2+1}{x} = \frac{5}{3}$

$\Rightarrow 3x^2 + 3 = 5x \Rightarrow 3x^2 - 5x + 3 = 0$

$$\Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(3)(3)}}{6} = \frac{5 \pm \sqrt{25-36}}{6} = \frac{5 \pm \sqrt{-11}}{6}$$

$$\therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{11}i}{6}$$

కావున, దత్త సమీకరణం 6 మూలాలు వరుసగా $1, -1, 2, \frac{1}{2}, \frac{5 \pm \sqrt{11}i}{6}$

BABY BULLET-Q

20. **$(1 + x)^n$ ద్విపద విస్తరణలో 4 వరస పదాల గుణకాలు వరుసగా a_1, a_2, a_3, a_4 అయితే**

$\dfrac{a_1}{a_1 + a_2} + \dfrac{a_3}{a_3 + a_4} = \dfrac{2a_2}{a_2 + a_3}$ అని చూపండి.

Sol : $(1+x)^n$ విస్తరణలో 4 వరస పదాల గుణకాలను $a_1={}^nC_r$, $a_2={}^nC_{r+1}$, $a_3={}^nC_{r+2}$, $a_4={}^nC_{r+3}$ గా తీసుకొందాము.

$$\text{L.H.S} = \frac{a_1}{a_1 + a_2} + \frac{a_3}{a_3 + a_4} = \frac{{}^nC_r}{{}^nC_r + {}^nC_{r+1}} + \frac{{}^nC_{r+2}}{{}^nC_{r+2} + {}^nC_{r+3}}$$

$$= \frac{{}^nC_r}{{}^{(n+1)}C_{r+1}} + \frac{{}^nC_{r+2}}{{}^{n+1}C_{r+3}} \quad \left(\because {}^nC_r + {}^nC_{r+1} = {}^{(n+1)}C_{r+1}\right)$$

$$= \frac{{}^nC_r}{\left(\dfrac{n+1}{r+1}\right){}^nC_r} + \frac{{}^nC_{r+2}}{\left(\dfrac{n+1}{r+3}\right){}^nC_{r+2}} \quad \left(\because {}^nC_r = \left(\frac{n}{r}\right){}^{n-1}C_{r-1}\right)$$

$$= \frac{r+1}{n+1} + \frac{r+3}{n+1} = \frac{r+1+r+3}{n+1} = \frac{2r+4}{n+1} = \frac{2(r+2)}{n+1} \quad \text{.......(1)}$$

$$\text{R.H.S} = \frac{2a_2}{a_2 + a_3} = \frac{2({}^nC_{r+1})}{{}^nC_{r+1} + {}^nC_{r+2}} = \frac{2({}^nC_{r+1})}{{}^{(n+1)}C_{r+2}} = \frac{2({}^nC_{r+1})}{\left(\dfrac{n+1}{r+2}\right)({}^nC_{r+1})} = \frac{2}{\dfrac{n+1}{r+2}} = \frac{2(r+2)}{n+1} \quad \text{...(2)}$$

(1) & (2) ల నుండి L.H.S = R.H.S

BABY BULLET-Q

21. $\frac{3}{4.8}-\frac{3.5}{4.8.12}+\frac{3.5.7}{4.8.12.16}-......$ **అనే అనంత శ్రేణి మొత్తమును కనుగొనుము.**

Sol: Let $S=\frac{3}{4.8}-\frac{3.5}{4.8.12}+\frac{3.5.7}{4.8.12.16}-.....=\frac{1.3}{4.8}-\frac{1.3.5}{4.8.12}+\frac{1.3.5.7}{4.8.12.16}-........$

ఇరు వైపుల $1-\frac{1}{4}$ ను కలుపగా $1-\frac{1}{4}+S=1-\frac{1}{4}+\frac{1.3}{4.8}-\frac{1.3.5}{4.8.12}+......$

$$\Rightarrow \frac{3}{4}+S=1-\frac{1}{1}.\left(\frac{1}{4}\right)+\frac{1.3}{1.2}\left(\frac{1}{4}\right)^2-\frac{1.3.5}{1.2.3}\left(\frac{1}{4}\right)^3+......$$

పై శ్రేణిని $1-\frac{p}{1}.\left(\frac{x}{q}\right)+\frac{p(p+q)}{1.2}\left(\frac{x}{q}\right)^2-\frac{p(p+q)(p+2q)}{1.2.3}\left(\frac{x}{q}\right)^3+......=(1+x)^{\frac{-p}{q}}$ తో పోల్చగా,

$p=1, p+q=3 \Rightarrow 1+q=3 \Rightarrow q=2$ మరియు $\frac{x}{q}=\frac{1}{4} \Rightarrow x=\frac{q}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

$$\frac{3}{4}+S=(1+x)^{\frac{-p}{q}}=\left(1+\frac{1}{2}\right)^{\frac{-1}{2}}=\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{-1}{2}}=\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{2}{3}} \Rightarrow S=\sqrt{\frac{2}{3}}-\frac{3}{4}$$

---

22. సోపాన విచలన పద్ధతిని ఉపయోగించి, కింది దత్తాంశానికి మధ్యమం నుంచి మధ్యమ విచలనాన్ని కనుక్కోండి.

మార్కులు	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
విద్యార్థుల సంఖ్య	6	5	8	15	7	6	3

Sol: ఊహాత్మక అంకమధ్యమము A=35. ఇక్కడ, C=10.

తరగతి అంతరం	మధ్యబిందువు(x_i)	విద్యార్థుల సంఖ్య (f_i)	$d_i=\frac{x_i-25}{10}$	f_id_i	$\lvert x_i-\bar{x}\rvert$	$f_i\lvert x_i-\bar{x}\rvert$
0-10	5	6	–3	–18	28.4	170.4
10-20	15	5	–2	–10	18.4	92
20-30	25	8	–1	–8	8.4	67.2
30-40	35	15	0	0	1.6	24.0
40-50	45	7	1	7	11.6	81.2
50-60	55	6	2	12	21.6	129.6
60-70	65	3	3	9	31.6	94.8
		$\Sigma f_i=50=N$		$\Sigma f_id_i=-8$		659.2

ఇక్కడ N=50, మధ్యగతం $\bar{x}=A+C\left(\frac{\Sigma f_id_i}{N}\right)=35+10\left(\frac{-8}{50}\right)=35-\frac{8}{5}=35-1.6=33.4$

మధ్యగతం నుంచి మధ్యవిచలనం $=\frac{1}{N}\Sigma f_i\lvert x_i-\bar{x}\rvert=\frac{1}{50}(659.2)=13.18$

23. **సంభావ్యత మీద సంకలన సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించుము. (లేదా)**

E_1,E_2 లు ఒక యాదృచ్ఛిక ప్రయోగములోని రెండు ఘటనలు మరియు P సంభావ్యతా ప్రమేయమైన $P(E_1 \cup E_2)=P(E_1)+P(E_2)-P(E_1 \cap E_2)$ అని నిరూపించుము.

Sol : **ప్రవచనం: E_1,E_2లు శాంపుల్ ఆవరణము S లోని రెండు ఘటనలు అయిన**

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$$

నిరూపణ: Case (i): $E_1 \cap E_2=\phi$ అయినప్పుడు

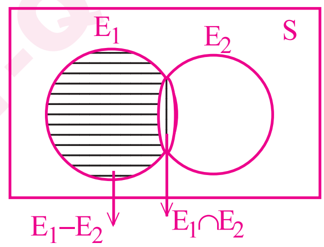
$$E_1 \cap E_2 = \phi \Rightarrow P(E_1 \cap E_2)=0$$

$\therefore P(E_1 \cup E_2) = P(E_1)+P(E_2)$ [$\because$ సమ్మేళనపు స్వీకృతము నుండి]

$= P(E_1)+P(E_2)-0 = P(E_1)+P(E_2)-P(E_1 \cap E_2)$

Case (ii) : $E_1 \cap E_2 \neq \phi$ అయినప్పుడు

$E_1 \cup E_2$ ను E_1-E_2, E_2 అనే పరస్పర వివర్జిత ఘటనల సమ్మేళనముగా వ్యక్తపరచ వచ్చును.



$\therefore P(E_1 \cup E_2) = P[(E_1-E_2) \cup E_2]=P(E_1-E_2)+P(E_2)$ ....(1)

Eమరియు, E_1 ను E_1-E_2, $E_1 \cap E_2$ అనే పరస్పర వివర్జిత ఘటనల సమ్మేళనముగా వ్యక్తపరచ వచ్చును.

$\therefore P(E_1) = P[(E_1-E_2) \cup (E_1 \cap E_2)] = P(E_1-E_2)+P(E_1 \cap E_2)$

$\Rightarrow P(E_1-E_2) = P(E_1)-P(E_1 \cap E_2)$

$\therefore$ (1)నుండి, $P(E_1 \cup E_2) = [P(E_1)-P(E_1 \cap E_2)]+P(E_2)$

$= P(E_1)+P(E_2)-P(E_1 \cap E_2)$. కావున నిరూపించబడినది.

---

24. **ఒక యాదృచ్ఛిక చలరాశి X సంభావ్యతా విభాజనాన్ని క్రింద ఇచ్చాం.**

$X=x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7
$P(X=x_i)$	0	k	2k	2k	3k	k^2	$2k^2$	$7k^2+k$

అయిన (i) k విలువ (ii) సగటు మరియు (iii) $P(0 < x < 5)$ లను కనుగొనుము.

Sol: సంభావ్యతల మొత్తం $\Sigma P(X = x_i) = 1$

$\Rightarrow 0+k+2k+2k+3k+k^2+2k^2+7k^2+k=1 \Rightarrow 10k^2+9k=1 \Rightarrow 10k^2+9k-1=0$

$\Rightarrow 10k^2+10k-k-1=0 \Rightarrow 10k(k+1)-1(k+1)=0 \Rightarrow (10k-1)(k+1)=0 \Rightarrow k=1/10$, (since $k>0$)

(i) $k = 1/10$

(ii) సగటు $\mu = \sum_{i=1}^{n} x_i . P(X = x_i) = 0(0)+1(k)+2(2k)+3(2k)+4(3k)+5(k^2)+6(2k^2)+7(7k^2+k)$

$= 0 + k + 4k + 6k + 12k + 5k^2 + 12k^2 + 49k^2 + 7k = 66k^2 + 30k$

$$= 66\left(\frac{1}{100}\right) + 30\left(\frac{1}{10}\right) = 0.66 + 3 = 3.66$$

(iii) $P(0 < x < 5) = P(X = 1) + P(X=2)+P(X=3)+P(X=4) = k+2k+2k+3k=8k = 8\left(\frac{1}{10}\right) = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

BABY BULLET-Q