8.అవధులు మరియు అవిచ్ఛిన్నత

IPE : 2VSAQ & 1 SAQ = 2 + 2 + 4 = 8 Marks

✍ముఖ్యమైన సూత్రాలు, నిర్వచనాలు✍

1) ప్రామాణిక అవధులు:

1.1) $\underset{x\to a}{Lt}\frac{x^n-a^n}{x-a}=na^{n-1}$; $\underset{x\to a}{Lt}\frac{x^m-a^m}{x^n-a^n}=\frac{m}{n}a^{m-n}$

1.2) $\underset{x\to 0}{Lt}\frac{\sin x}{x}=1$; $\underset{x\to 0}{Lt}\frac{\tan x}{x}=1$; $\underset{x\to 0}{Lt}\frac{\sin(kx)}{x}=k$; $\underset{x\to 0}{Lt}\frac{\tan kx}{x}=k$

1.3) $\underset{x\to 0}{Lt}\frac{a^x-1}{x}=\log_e a$

1.4) $\underset{x\to 0}{Lt}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e$; $\underset{x\to\infty}{Lt}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=e$

2) అనిర్ధారక రూపాలు: $\frac{0}{0},\frac{\infty}{\infty},1^\infty, 0x\infty, \infty-\infty, 0^\infty, \infty^0, 0^0$

3) $\underset{x\to a}{\textbf{Lt}}\ \textbf{f(x)}$ **ను గణించు విధానం:** ముందుగా f(a) అనునది ఒక వాస్తవ సంఖ్యగా వ్యవస్థితమగునో చూడవలెను. f(a) వాస్తవ సంఖ్యగా వ్యవస్థితమైనచో $\underset{x\to a}{Lt}f(x)=f(a)$. ఒకవేళ f(a) అనునది, $\frac{0}{0},\frac{\infty}{\infty},1^\infty$ వంటి అనిర్ధారక రూపంలో ఉన్నచో ఇచ్చిన అవధిని ప్రామాణిక రూపంలోనికి మార్చుట లేదా లవము/హారము లేదా రెండింటిని అకరణీయము చేయుట లేదా కారణాంకములుగా విభజించుట లేదా సరైన ప్రతిక్షేపణలు ఉపయోగించుట మొదలగు పద్ధతుల ద్వారా గణించవలెను.

4.1) ఎడమ అవధి(L.H.L): x అనునది a ను ఎడమ వైపు నుండి సమీపించునపుడు అనగా a యొక్క విలువ కంటే కొద్దిగా తక్కువగా ఉన్న విలువల నుండి a ను సమీపించునపుడు ఏర్పడే అవధిని ఎడమ అవధి అందురు.

దీనిని $\underset{x\to a-}{Lt}f(x)$ తో సూచిస్తారు.

☞ L.H.L: $\underset{x\to a-}{Lt}f(x)=\underset{h\to 0+}{Lt}f(a-h)=\underset{x\to 0}{Lt}f(a-x)$, $(x\to a-\Rightarrow x<a)$

4.2) కుడి అవధి (R.H.L): x అనునది a ను కుడి వైపు నుండి సమీపించునపుడు అనగా a యొక్క విలువ కంటే కొద్దిగా ఎక్కువగా ఉన్న విలువల నుండి a ను సమీపించునపుడు ఏర్పడే అవధిని కుడి అవధి అందురు.

దీనిని $\underset{x\to a+}{Lt}f(x)$ తో సూచిస్తారు.

☞ R.H.L: $\underset{x\to a+}{Lt}f(x)=\underset{h\to 0+}{Lt}f(a+h)=\underset{x\to 0}{Lt}f(a+x)$, $(x\to a+\Rightarrow x>a)$

గమనిక: L.H.L=R.H.L అయిన అవధి వ్యవస్థితమగును. అలా కానిచో అవధి వ్యవస్థితము కాదు.

5) f(x) అనే ప్రమేయము x=a వద్ద అవిచ్ఛిన్నమైనచో

(i) f(a) వ్యవస్థితమగును(సహజముగా లేదా నిర్వచనం నుండి) (ii) $f(a)=\underset{x\to a+}{Lt}f(x)=\underset{x\to a-}{Lt}f(x)$

పై వాటిలో ఏవైనా నియమములు పాటించని యెడల x=a వద్ద f(x) విచ్ఛిన్న ప్రమేయమగును.

BABY BULLET-Q