2A (TM)

Previous IPE

SOLVED PAPERS

MARCH-2023 (TS)

PREVIOUS PAPERS

IPE: MARCH-2023(TS)

Time : 3 Hours | గణితశాస్త్రం- 2A | Max.Marks : 75

సెక్షన్-ఎ

I. ఈ క్రింది అన్ని అతిస్వల్ప సమాధాన ప్రశ్నలకు సమాధానం వ్రాయండి: $10 \times 2 = 20$

1. $z_1 = (2, -1)$ అయితే, $z_2 = (6, 3)$, $z_1 - z_2$ కనుగొనుము.
2. $3 + 4i$ యొక్క గుణకార విలోమంను రాయండి. **3.** $x = \cos\theta + i \sin\theta$ అయిన $x^6 + \frac{1}{x^6}$ విలువను కనుగొనుము.
4. $x^2 - 7x + 12 = 0$ సమీకరణం మూలాలు కనుక్కోండి.
5. $x^3 - 2x^2 + ax + 6 = 0$ మూలాలు 1, –2, 3 అయితే, a ని కనుక్కోండి.
6. INDEPENDENCE పదంలోని అక్షరాలను అమర్చడం ద్వారా వచ్చే ప్రస్తారాల సంఖ్య కనుగొనుము.
7. ${}^nC_4 = {}^nC_6$ అయిన n కనుగొనుము. **8.** $(3a - 5b)^6$ విస్తరణలోని మధ్యపదము(లు) కనుగొనుము.
9. 6,7,10,12,13,4,8,12 అనే విచ్ఛిన్న దత్తాంశానికి విస్తృతిని కనుక్కోండి.
10. X ఒక పాశ్వాన్ చలరాశి, $P(X = 1) = P(X = 2)$ ను తృప్తిపరుస్తుంది. $P(X = 5)$ ను కనుగొనుము.

సెక్షన్-బి

II. క్రింది వాటిలో ఏవేని ఐదు స్వల్పసమాధాన ప్రశ్నలకు సమాధానం వ్రాయండి. $5 \times 4 = 20$

11. $z = 3 - 5i$ అయిన $z^3 - 10z^2 + 58z - 136 = 0$ అని చూపండి.
12. x వాస్తవ సంఖ్య అయితే, $\frac{1}{3x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{(3x+1)(x+1)}$ విలువ 1, 4 ల మధ్య ఉండదని నిరూపించండి.
13. ఏడుమంది బాట్స్‌మెన్, ఆరుగురు బౌలర్లనుంచి కనీసం ఐదుగురు బౌలర్లు ఉన్న పదకొండు మంది క్రికెట్ టీమును ఎన్ని రకాలుగా ఏర్పరచవచ్చు ?
14. MASTER అనే పదంలోని అక్షరాలతో ఏర్పడే పదాలన్నింటినీ నిఘంటువులోని క్రమంలో అమరిస్తే,"REMAST" పదం కోటిని కనుక్కోండి **15.** $\frac{5x+1}{(x+2)(x-1)}$ ను పాక్షికభిన్నాలుగా విడగొట్టండి.
16. ఒక గుర్రపుపందెంలో A,B,C అనే మూడు గుర్రాలు పోటీపడుతున్నాయి. వీటిలో A గెలిచే సంభావ్యత B గెలుపు సంభావ్యతకు రెట్టింపు, B గెలిచే సంభావ్యత C గెలుపు సంభావ్యతకు రెట్టింపు అయితే A,B,C ల గెలుపు సంభావ్యతలెంత?
17. $P(A)= 0.5$, $P(B)=0.4$, $P(A \cap B) = 0.3$ అయ్యేటట్లు ఘటనలు A, B ఉన్నాయనుకోండి. i) A జరగకపోవడానికి ii) **A** గానీ B గానీ (A, B లు రెండూ) జరగకపోవడానికి సంభావ్యతలను కనుక్కోండి.

సెక్షన్-సి

III. క్రింది వాటిలో ఏవేని ఐదు దీర్ఘసమాధాన ప్రశ్నలకు సమాధానం వ్రాయండి. $5 \times 7 = 35$

18. n ధన పూర్ణాంకం అయితే $(1+\cos\theta+i\sin\theta)^n + (1+\cos\theta-i\sin\theta)^n = 2^{n+1}\cos^n(\theta/2)\cos(n\theta/2)$ అని చూపండి.
19. $3x^3 - 26x^2 + 52x - 24 = 0$ మూలాలు గుణశ్రేఢిలో ఉంటే, ఆ సమీకరణాన్ని సాధించండి
20. $1 + \frac{1}{3} + \frac{1.3}{3.6} + \frac{1.3.5}{3.6.9} + ...$ శ్రేణి మొత్తము కనుగొనుము.
21. $(1 + x)^n$ విస్తరణలో x^9, x^{10}, x^{11} ల గుణకాలు అంకశ్రేఢిలో ఉంటే $n^2 - 41n + 398 = 0$ అని చూపండి.
22. క్రింది విభాజనానికి మధ్యమం నుంచి మధ్యమ విచలనాన్ని కనుక్కోండి.

x_i	2	5	7	8	10	35
f_i	6	8	10	6	8	2

23. ఒక పాత్ర B_1 లో 2 తెల్లటి, 3 నల్లటి బంతులున్నాయి. మరో పాత్ర B_2 లో 3 తెల్లటి, 4 నల్లటి బంతులున్నాయి. ఈ రెండింటిలో ఒక పెట్టెను యాదృచ్ఛికంగా ఎంచుకొని అందులోనుంచి ఒక బంతిని యాదృచ్ఛికంగా తీశారు. అట్లా తీసిన బంతి నల్లటిది అయితే, ఎన్నుకొన్న పెట్టె B_1 అయ్యే సంభావ్యతను కనుక్కొందాం.
24. ఒక యాదృచ్ఛిక చలరాశి X వ్యాప్తి {0,1,2} మరియు $P(X=0)=3c^3$, $P(X=1)=4c-10c^2$, $P(X=2)=5c-1$ ఇక్కడ 'c' స్థిరము అని ఇస్తే (i) c (ii) $P(x<1)$, $P(1<x\leq 2)$, $P(0<x\leq 3)$ లను కనుక్కోండి.

BABY BULLET-Q

IPE TS MARCH-2023
SOLUTIONS

సెక్షన్-ఎ

1. $z_1 = (2, -1), z_2 = (6,3)$ **అయిన** $z_1 - z_2$ **ను కనుగొనుము.**

Sol: దత్తాంశం నుండి $z_1 = (2, -1) = 2-i,\ z_2 = (6, 3) = 6+3i$

$\therefore z_1 - z_2 = (2-i) - (6+3i) = (2-6)+i(-1-3) = -4-4i = (-4, -4)$

---

2. **(3,4) యొక్క గుణకార విలోమంను రాయండి.**

Sol: $(3,4) = 3+4i$ యొక్క గుణకార విలోమం

$\therefore\ 3+4i$ is $\dfrac{1}{3+4i} = \dfrac{3-4i}{(3+4i)(3-4i)} = \dfrac{3-4i}{3^2+4^2} = \dfrac{3}{25} - \dfrac{4}{25}i$

---

3. $x = \cos\theta + i\sin\theta$ **అయిన** $x^6 + \dfrac{1}{x^6}$ **ను కనుగొనుము.**

Sol: $x^6 = (\cos\theta + i\sin\theta)^6 = \cos 6\theta + i\sin 6\theta \Rightarrow \dfrac{1}{x^6} = \cos 6\theta - i\sin 6\theta$

$\therefore x^6 + \dfrac{1}{x^6} = 2\cos 6\theta$

---

4. $x^2 - 7x + 12 = 0$ **సమీకరణం మూలాలు కనుక్కోండి.**

Sol: $x^2 - 7x + 12 = 0$ ను $ax^2 + bx + c = 0$ తో పోల్చగా $a=1, b=-7, c=12$

$\therefore x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$\Rightarrow x = \dfrac{7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(1)(12)}}{2(1)} = \dfrac{7 \pm \sqrt{49-48}}{2} = \dfrac{7 \pm 1}{2} = \dfrac{8}{2}, \dfrac{6}{2} = 4, 3$

---

5. $x^3 - 2x^2 + ax + 6 = 0$ **మూలాలు 1, –2, 3 అయితే, a ని కనుక్కోండి.**

Sol: $x^3 - 2x + ax + 6 = 0$ నకు ఒక మూలం 1.

$\Rightarrow 1^3 - 2(1^2) + a(1) + 6 = 0 \Rightarrow 1 - 2 + a + 6 = 0 \Rightarrow a + 5 = 0 \Rightarrow a = -5$

BABY BULLET-Q

6. INDEPENDENCE పదంలోని అక్షరాలను అమర్చడం ద్వారా వచ్చే ప్రస్తారాల సంఖ్య కనుగొనుము.

Sol: ఇచ్చిన పదం INDEPENDENCE లోని అక్షరాలు 12.

వీటిలో 3 'N' లు, 2'D'లు, 4'E'లు ఒకేరకం.

$\therefore$ కావలసిన ప్రస్తారాల సంఖ్య $=\frac{n!}{p!q!r!}=\frac{12!}{4!3!2!}$

---

7. $^nC_4={}^nC_6$ అయిన n ను కనుగొనుము.

Sol : $^nC_r={}^nC_s \Rightarrow r+s=n$ (or) $r=s$

$\therefore {}^nC_4={}^nC_6 \quad \Rightarrow n=4+6=10$

---

8. $(3a-5b)^6$ లోని మధ్యపదములను కనుగొనుము.

Sol: ద్విపదఘాతం n=6, సరి కాబట్టి (పదాల సంఖ్య 7)

$\therefore$ మధ్యపదం $T_{\frac{6}{2}+1}=T_{\frac{8}{2}}=T_4$

In $(3a-5b)^6$ $\quad T_4=T_{3+1}={}^6C_3(3a)^3(-5b)^3=-{}^6C_3 3^3 5^3 a^3 b^3$

---

9. 6, 7, 10, 12, 13, 4, 8, 12 అనే విచ్ఛిన్న దత్తాంశానికి విస్తృతిని కనుక్కోండి.

Sol: దత్తాంశపు అంకమధ్యమం $\bar{x}=\frac{\sum x_i}{n}=\frac{6+7+10+12+13+4+8+12}{8}=\frac{72}{8}=9$

అంకమధ్యమం నుండి దత్త పరిశీలన విచలనాలు:

$6-9=-3$; $7-9=-2$; $10-9=1$; $12-9=3$; $13-9=4$; $4-9=-5$; $8-9=-1$; $12-9=3$

కావున విచలనాల పరమమూల్యాలు: 3, 2, 1, 3, 4, 5, 1, 3

విస్తృతి $\sigma^2=\frac{\Sigma(x_i-\bar{x})^2}{n}=\frac{3^2+2^2+1^2+3^2+4^2+5^2+1^2+3^2}{8}$

$$=\frac{9+4+1+9+16+25+1+9}{8}=\frac{74}{8}=9.25$$

BABY BULLET-Q

10. **X ఒక పాశ్వాన్ చలరాశి, P(X=1)=P(X=2) ను తృప్తిపరిచే P(X=5) ను కనుగొనుము.**

Sol: $P(X=r)=\dfrac{e^{-\lambda}\lambda^{r}}{r!}, \lambda>0$ అని మనకు తెలుసు

దత్తాంశం నుండి P(X=1)=P(X=2)

$$\Rightarrow \frac{\lambda e^{-\lambda}}{1!}=\frac{\lambda^{2}e^{-\lambda}}{2!}\Rightarrow \frac{\lambda}{1}=\frac{\lambda^{2}}{2}\Rightarrow \lambda^{2}=2\lambda \Rightarrow \lambda(\lambda-2)=0\Rightarrow \lambda=2\ (\because \lambda>0)$$

$$\therefore P(X=5)=\frac{e^{-2}2^{5}}{5!}$$

BABY BULLET-Q

సెక్షన్-బి

11. $z = 3 - 5i$ అయిన $z^3 - 10z^2 + 58z - 136 = 0$ అని చూపండి.

Sol: దత్తాంశం నుండి $z=3-5i \Rightarrow z-3 = -5i \Rightarrow (z-3)^2=(-5i)^2$

$\Rightarrow z^2-6z+9 = -25 \Rightarrow z^2-6z+34 = 0$ ....(1)

ఇప్పుడు $z^3-10z^2-58z-136 = z(z^2-6z+34)-4(z^2-6z+34) = (z-4)(z^2-6z+34)$ ....(A)

$= (z-4)(0) = 0$ [(1) నుండి]

Hint for Step-A:

$z^3-10z^2-58z-136$ ను $z^2-6z+34$ తో భాగించగా వచ్చు భాగఫలం $(z-4)$.

---

12. x వాస్తవ సంఖ్య అయితే $\frac{1}{3x+1}+\frac{1}{x+1}-\frac{1}{(3x+1)(x+1)}$ యొక్క విలువ 1,4 ల మధ్య ఉండదని నిరూపించండి.

Sol: సాధారణ సమీకరణం $\frac{1}{3x+1}+\frac{1}{x+1}-\frac{1}{(3x+1)(x+1)} = \frac{x+1+3x+1-1}{(3x+1)(x+1)} = \frac{4x+1}{3x^2+4x+1}$

$y = \frac{4x+1}{3x^2+4x+1} \Rightarrow y(3x^2+4x+1) = 4x+1$

$\Rightarrow 3yx^2+4yx+y = 4x+1$

$\Rightarrow 3yx^2+(4y-4)x+(y-1)=0$............(1)

(1) x లో వర్గసమీకరణం మరియు దాని మూలాలు వాస్తవం.

$\therefore \Delta=b^2-4ac\geq 0$

$(4y-4)^2-4(3y)(y-1)\geq 0$

$\Rightarrow 16y^2+16-32y-12y^2+12y\geq 0 \Rightarrow 4y^2-20y+16\geq 0$

$\Rightarrow 4(y^2-5y+4)\geq 0 \quad \Rightarrow y^2-5y+4\geq 0 \quad \Rightarrow (y-1)(y-4)\geq 0 \quad \Rightarrow y\leq 1$ or $y\geq 4$

ఇక్కడ y విలువ 1 మరియు 4 మధ్యలో లేదు.

కావున ఇచ్చిన సమాసం ఏ విలువలూ 1, 4 ల మధ్య ఉండవు.

BABY BULLET-Q

13. **ఏడుమంది బాట్స్‌మెన్, ఆరుగురు బౌలర్లనుంచి కనీసం ఐదుగురు బౌలర్లు ఉన్న పదకొండు మంది క్రికెట్ టీమును ఎన్ని రకాలుగా ఏర్పరచవచ్చు ?**

Sol: కనీసం ఐదుగురు బౌలర్లు ఉన్న పదకొండు మంది క్రికెట్ టీమును క్రింద చూపిన విధాలుగా ఎంచుకోవచ్చు.

బౌలర్లు(6)	బాట్స్‌మెన్(7)	ఎంచుకునే విధానాలు
5	6	${}^6C_5 \times {}^7C_6 = 6 \times 7 = 42$
6	5	${}^6C_6 \times {}^7C_5 = 1 \times 21 = 21$

$\because {}^7C_5 = {}^7C_2 = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21$

$\therefore$ క్రికెట్ టీమును ఎంచుకునే విధానాలు $= 42 + 21 = 63$

---

14. **MASTER అనే పదంలోని అక్షరాలతో ఏర్పడే పదాలన్నింటినీ నిఘంటువులోని క్రమంలో అమరిస్తే, "REMAST" పదం కోటిని కనుక్కోండి**

Sol: MASTER అనే పదములోని అక్షరాల నిఘంటువు యొక్క క్రమం

A,E,M,R,S,T

A తో మొదలయ్యే పదాల సంఖ్య ------ $= 5! = 120$

E తో మొదలయ్యే పదాల సంఖ్య ------ $= 5! = 120$

M తో మొదలయ్యే పదాల సంఖ్య ------ $= 5! = 120$

RA తో మొదలయ్యే పదాల సంఖ్య ---- $= 4! = 24$

REA తో మొదలయ్యే పదాల సంఖ్య --- $= 3! = 6$

REMAST తో మొదలయ్యే పదాల సంఖ్య $= 0! = 1$ ఇదే కావలసిన పదం

$\therefore$ REMAST పదం యొక్క కోటి $= 3(120) + 24 + 6 + 1$

$= 360 + 24 + 6 + 1 = 391$

---

15. $\frac{5x+1}{(x+2)(x-1)}$ **ను పాక్షికభిన్నాలుగా విడగొట్టండి.**

Sol: Let $\frac{5x+1}{(x+2)(x-1)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-1} = \frac{A(x-1)+B(x+2)}{(x+2)(x-1)}$

$\Rightarrow A(x-1) + B(x+2) = 5x + 1$ ....**(1)**

(1) లో $x = 1$ ప్రతిక్షేపించగా $A(1-1)+B(1+2)=5(1)+1 \Rightarrow 3B = 6 \Rightarrow B = 2$

(1) లో $x = -2$ ప్రతిక్షేపించగా $A(-2-1) + B(-2+2) = 5(-2) + 1 \Rightarrow -3A = -9 = \Rightarrow A = 3$

$\therefore \frac{5x+1}{(x+2)(x-1)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-1} = \frac{3}{x+2} + \frac{2}{x-1}$

BABY BULLET-Q

16. ఒక గుర్రపుపందెంలో A,B,C అనే మూడు గుర్రాలు పోటీపడుతున్నాయి. వీటిలో A గెలిచే సంభావ్యత B గెలుపు సంభావ్యతకు రెట్టింపు, B గెలిచే సంభావ్యత C గెలుపు సంభావ్యతకు రెట్టింపు అయితే A,B,C ల గెలుపు సంభావ్యతలెంత?

Sol: A, B, C అనే గుర్రాలు పందెమును గెలిచే సంభావ్యతలు వరుసగా A, B, C అనుకొనుము.

దత్తాంశమునుండి $P(A) = 2P(B)$ and $P(B) = 2P(C)$

ఇప్పుడు, $P(A) = 2P(B) = 2[2P(C)] = 4P(C)$

కావున, $P(A\cup B\cup C) = P(A)+P(B)+P(C)$ [$\because$ A,B,C లు వియుక్త సమితులు]

$\Rightarrow P(S) = 4P(C)+2P(C)+P(C)$ [$\because$ A,B,C లు మాత్రమే పందెంలో కలవు $\Rightarrow A\cup B\cup C=S$]

$\Rightarrow 1=7P(C) \Rightarrow P(C) = 1/7$ [$\because P(S)=1$]

$\therefore P(A)=4P(C) = 4\times\frac{1}{7}=\frac{4}{7}$; $P(B) = 2P(C) = 2\times\frac{1}{7}=\frac{2}{7}$ $\therefore$ $P(A)=4/7$, $P(B) =2/7$, $P(C) =1/7$

---

17. $P(A)= 0.5$, $P(B)=0.4$, $P(A\cap B)=0.3$ అయ్యేటట్లు ఘటనలు A,B ఉన్నాయనుకోండి.

i) A జరగకపోవడానికి ii) A గానీ B గానీ (A,B లు రెండూ) జరగకపోవడానికి సంభావ్యతలను కనుక్కోండి.

Sol: దత్తాంశం నుండి $P(A)= 0.5$, $P(B)=0.4$ మరియు $P(A\cap B)=0.3$,

(i) $P(\overline{A}) = 1-P(A) = 1-0.5 = 0.5$

(ii) $P(\overline{A}\cap\overline{B}) = P(\overline{A\cup B}) = 1-P(A\cup B)$

$= 1-[P(A)+P(B)-P(A\cap B)] = 1-(0.5+0.4-0.3) = 1-0.6 = 0.4$

BABY BULLET-Q

సెక్షన్-సి

18. n ధన పూర్ణాంకం అయితే $(1+\cos\theta+i\sin\theta)^n+(1+\cos\theta-i\sin\theta)^n=2^{n+1}\cos^n(\theta/2)\cos(n\theta/2)$ అని చూపండి.

Sol: మొదట $1+\cos\theta+i\sin\theta$ యొక్క మాప–ఆయామ రూపం కనుగొందాం.

$$1+\cos\theta+i\sin\theta = 2\cos^2\frac{\theta}{2}+i2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2} = 2\cos\frac{\theta}{2}(\cos\frac{\theta}{2}+i\sin\frac{\theta}{2})$$

$$\therefore (1+\cos\theta+i\sin\theta)^n = \left(2\cos\frac{\theta}{2}\left(\cos\frac{\theta}{2}+i\sin\frac{\theta}{2}\right)\right)^n = 2^n\cos^n\frac{\theta}{2}\left(\cos n\frac{\theta}{2}+i\sin n\frac{\theta}{2}\right) \quad ....(1)$$

అదే విధంగా $(1+\cos\theta-i\sin\theta)^n = 2^n\cos^n\frac{\theta}{2}\left(\cos n\frac{\theta}{2}-i\sin n\frac{\theta}{2}\right) \quad ....(2)$

(1) & (2) లను కలుపగా , $(1+\cos\theta+i\sin\theta)^n+(1+\cos\theta-i\sin\theta)^n$

$$= 2^n\cos^n\frac{\theta}{2}\left(\left(\cos n\frac{\theta}{2}+i\sin n\frac{\theta}{2}\right)+\left(\cos n\frac{\theta}{2}-i\sin n\frac{\theta}{2}\right)\right)$$

$$= 2^n\cos^n\frac{\theta}{2}\left(2\cos\frac{n\theta}{2}\right) = 2^{n+1}\cos^n\frac{\theta}{2}.\cos\frac{n\theta}{2}$$

---

19. $3x^3-26x^2+52x-24=0$ యొక్క మూలాలు గుణశ్రేఢిలో ఉంటే, ఆ సమీకరణాన్ని సాధించండి.

Sol: $3x^3-26x^2+52x-24=0$ యొక్క మూలాలు a/r, a, ar అనుకొందాం.

$$\therefore \text{మూలాల లబ్ధం } S_3 = \left(\frac{a}{r}\right)(a)(ar) = \frac{24}{3} = 8 \Rightarrow a^3 = 8 \Rightarrow a = 2$$

$$S_1 = \frac{a}{r}+a+ar = \frac{26}{3} \Rightarrow 2\left(\frac{1}{r}+1+r\right) = \frac{26}{3} \Rightarrow 2\left(\frac{1+r+r^2}{r}\right) = \frac{26}{3}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1+r+r^2}{r}\right) = \frac{13}{3} \Rightarrow 3(r^2+r+1) = 13r \Rightarrow 3r^2+3r+3 = 13r \Rightarrow 3r^2-10r+3 = 0$$

$$\Rightarrow 3r^2-9r-r+3 = 0 \Rightarrow 3r(r-3)-1(r-3) = 0 \Rightarrow (3r-1)(r-3) = 0 \Rightarrow r = 3 \text{ or } \frac{1}{3}$$

$$\therefore \text{కావలసిన మూలాలు } \left(\frac{a}{r}\right),(a),(ar) \Rightarrow \frac{2}{3},\ 2,\ 2(3) \Rightarrow \frac{2}{3},2,6$$

20. $1+\frac{1}{3}+\frac{1.3}{3.6}+\frac{1.3.5}{3.6.9}+$.......... శ్రేణి మొత్తాన్ని కనుగొనుము.

Sol: $S=1+\frac{1}{3}+\frac{1.3}{3.6}+\frac{1.3.5}{3.6.9}+.......\infty = 1+\frac{1}{1!}\left(\frac{1}{3}\right)+\frac{1.3}{2!}\left(\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1.3.5}{3!}\left(\frac{1}{3}\right)^3+.......$

పై శ్రేణిని ఈ క్రింది సూత్రముతో పోల్చగా $1+\frac{p}{1!}\left(\frac{x}{q}\right)+\frac{p(p+q)}{2!}\left(\frac{x}{q}\right)^2+.... = (1-x)^{-\frac{p}{q}}$

$p=1, p+q=3 \Rightarrow 1+q=3 \Rightarrow q=2$

మరియు $\frac{x}{q}=\frac{1}{3} \Rightarrow x=\frac{q}{3}=\frac{2}{3}$

$\therefore S=(1-x)^{\frac{-p}{q}}=\left(1-\frac{2}{3}\right)^{\frac{-1}{2}}=\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{-1}{2}}=\left(\frac{3}{1}\right)^{\frac{1}{2}}=3^{\frac{1}{2}}=\sqrt{3}$

---

21. $(1+x)^n$ విస్తరణలో x^9, x^{10}, x^{11}ల గుణకాలు అంకశ్రేఢిలో ఉంటే $n^2-41n+398=0$ అని చూపండి.

Sol: $(1+x)^n$ విస్తరణలో x^9, x^{10}, x^{11}, యొక్క గుణకాలు ${}^nC_9, {}^nC_{10}, {}^nC_{11}$

దత్తాంశము నుండి ${}^nC_9, {}^nC_{10}, {}^nC_{11}$లు అంకశ్రేఢిలో కలవు.

$\Rightarrow 2.{}^nC_{10}={}^nC_9+{}^nC_{11}$

$\Rightarrow 2=\frac{{}^nC_9}{{}^nC_{10}}+\frac{{}^nC_{11}}{{}^nC_{10}}$

$\Rightarrow 2=\frac{10}{n-9}+\frac{n-10}{11}\left(\because \frac{{}^nC_r}{{}^nC_{r+1}}=\frac{r+1}{n-r} \ \& \ \frac{{}^nC_{r+1}}{{}^nC_r}=\frac{n-r}{r+1}\right)$

$\Rightarrow 2=\frac{10(11)+(n-10)(n-9)}{(n-9)(11)}$

$\Rightarrow 2(n-9)(11)=110+(n^2-19n+90)$

$\Rightarrow 22n-198=n^2-19n+200$

$\Rightarrow n^2-41n+398=0$

BABY BULLET-Q

22. క్రింది విభాజనానికి మధ్యమం నుంచి మధ్యమ విచలనాన్ని కనుక్కోండి.

x_i	2	5	7	8	10	35
f_i	6	8	10	6	8	2

Sol: ఇచ్చిన దత్తాంశ పట్టిక నుంచి ఈ క్రింది పట్టికను నిర్మిద్దాం

x_i	f_i	f_ix_i	$\lvert x_i-\bar{x}\rvert$	$f_i\lvert x_i-\bar{x}\rvert$
2	6	12	6	36
5	8	40	3	24
7	10	70	1	10
8	6	48	0	0
10	8	80	2	16
35	2	70	27	54
		40	**320**	**140**

ఇక్కడ, $N=\Sigma f_i=40; \Sigma f_ix_i=320$ $\Rightarrow$ అంకమధ్యమము $\bar{x}=\frac{\Sigma f_ix_i}{N}=\frac{320}{40}=8$

మరియు $\Sigma f_i\lvert x_i-\bar{x}\rvert=140$

$\therefore$ అంకమధ్యమం నుంచి మధ్యమ విచలనం $M.D=\frac{\Sigma f_i\lvert x_i-\bar{x}\rvert}{N}=\frac{140}{40}=3.5$

---

23. ఒక పాత్ర B_1 లో 2 తెల్లటి, 3 నల్లటి బంతులున్నాయి. మరో పాత్ర B_2 లో 3 తెల్లటి, 4 నల్లటి బంతులున్నాయి. ఈ రెండింటిలో ఒక పెట్టెను యాదృచ్ఛికంగా ఎంచుకొని అందులోనుంచి ఒక బంతిని యాదృచ్ఛికంగా తీశారు. అట్లా తీసిన బంతి నల్లటిది అయితే, ఎన్నుకొన్న పెట్టె B_1 అయ్యే సంభావ్యతను కనుక్కొందాం.

Sol: B_1, B_2 పాత్రలను ఎన్నుకొనే ఘటనలను వరసగా E_1, E_2లు అనుకొందాం మరియు నల్లటి బంతిని ఎంపిక చేసే ఘటన B అనుకోండి.

$\therefore P(E_1)=P(E_2)=\frac{1}{2}$ మరియు $P(B\mid E_1)=\frac{3}{5}; P(B\mid E_2)=\frac{4}{7}$

కావున బేయీ సిద్ధాంతం ప్రకారం కావలసిన సంభావ్యత

$$P(E_1\mid B)=\frac{P(E_1)P(B\mid E_1)}{P(E_1).P(B\mid E_1)+P(E_2)P(B\mid E_2)}$$

$$=\frac{\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}}{\left(\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}\right)+\left(\frac{1}{2}\times\frac{4}{7}\right)}=\frac{\frac{3}{10}}{\frac{3}{10}+\frac{2}{7}}=\frac{\frac{3}{10}}{\frac{21+20}{70}}=\frac{3}{10}\times\frac{70}{41}=\frac{21}{41}$$

BABY BULLET-Q

24. **ఒక యాదృచ్ఛిక చలరాశి X వ్యాప్తి {0,1,2}మరియు $P(X=0)=3c^3, P(X=1)=4c-10c^2, P(X=2)=5c-1$ ఇక్కడ 'c' స్థిరము అని ఇస్తే (i) c (ii) $P(0<x<3)$ (iii) $P(1<x\le 2)$ (iv) $P(x<1)$ లను కనుక్కోండి.**

Sol: (i) $\Sigma P(X = xi) = 1$ అని మనకు తెలుసు

$$\Rightarrow 3c^3 + 4c - 10c^2 + 5c - 1 = 1 \Rightarrow 3c^3 - 10c^2 + 9c - 1 = 1 \Rightarrow 3c^3 - 10c^2 + 9c - 2 = 0$$

ఇక్కడ, గుణకాల మొత్తము 3–10+9–2=0. కాబట్టి పై సమీకరణానికి 1 ఒక మూలం అగును.

సింథటిక్ భాగహార పద్ధతి ప్రకారం,

1	3	–10	9	–2
	0	3	–7	2
	3	–7	2	0

$$\therefore 3c^3 - 10c^2 + 9c - 2 = (c-1)(3c^2 - 7c + 2) = (c-1)[3c^2 - 6c - c + 2]$$

$$= (c-1)[3c(c-2) - 1(c-2)] = (c-1)(c-2)(3c-1)$$

ఇప్పుడు, $3c^3 - 10c^2 + 9c - 2 = 0 \Rightarrow (c-1)(c-2)(3c-1) = 0 \Rightarrow c = 1, 2, \frac{1}{3}$

$\therefore$ c=1/3 మాత్రమే సాధ్యం. $[\because 0 \le p \le 1]$

(ii) $P(0 < X < 3) = P(X = 1) + P(X = 2) = (4c - 10c^2) + (5c - 1) = 9c - 10c^2 - 1$

$$= 9\left(\frac{1}{3}\right) - 10\left(\frac{1}{3}\right)^2 - 1 = \frac{9}{3} - \frac{10}{9} - 1 = 3 - \frac{10}{9} - 1 = 2 - \frac{10}{9} = \frac{8}{9}$$

(iii) $P(1 < x \le 2) = P(X = 2) = 5c - 1 = 5\left(\frac{1}{3}\right) - 1 = \frac{5}{3} - 1 = \frac{2}{3}$

(iv) $P(X < 1) = P(X = 0) = 3c^3 = 3\left(\frac{1}{3}\right)^3 = 3.\frac{1}{27} = \frac{1}{9}$

BABY BULLET-Q