2A (TM)

Previous IPE

SOLVED PAPERS

MARCH-2020 (TS)

PREVIOUS PAPERS

IPE: MARCH-2020(TS)

Time : 3 Hours | గణితశాస్త్రం- 2A | Max.Marks : 75

సెక్షన్-ఎ

1. (2–3i) (3 + 4i) అనే సంకీర్ణ సంఖ్యను A+iB రూపంలో వ్రాయుము.
2. $-1-i\sqrt{3}$ ను మాప అయామ రూపంలో చూపండి.
3. $(1-i)^8$ విలువను కనుగొనుము.
4. R అయిన $2x+5-3x^2$ సమానము గరిష్ట విలువను కనుక్కోండి.
5. $x^3-6x^2+9x-4=0$ మూలాలు $1,1,\alpha$ అయితే α ను కనుక్కోండి.
6. ${}^nC_5={}^nC_6$, అయిన ${}^{13}C_n$ కనుగొనుము.
7. MATHEMATICS పదంలోని అక్షరాలను అమర్చడం ద్వారా వచ్చే ప్రస్తారాల సంఖ్య కనుక్కోండి
8. $\left(2x^2+\dfrac{3}{x^3}\right)^{13}$ లో x^{11} గుణకాన్ని కనుక్కోండి.
9. 4, 6, 9, 3, 10, 13, 2 అనే దత్తాంశానికి మధ్యగతం నుంచి మధ్యమ విచలనాన్ని కనుక్కోండి.
10. సగటు 6 మరియు విస్తృతి 2 గా గల ద్విపద విభాజనంలోని మొదటి రెండు పదాలు కనుగొనుము.

సెక్షన్-బి

11. $z=2-i\sqrt{7}$,అయిన $3z^3-4z^2+z+88=0$ అని చూపండి.
12. ప్రతి $x\in R$ నకు $\dfrac{x^2+x+1}{x^2-x+1}$ సమాసపు వ్యాప్తి కనుగొనుము.
13. ముగ్గురు భారతీయులు, ముగ్గురు చైనీయులు, ముగ్గురు కెనడా దేశస్థులు, ఇద్దరు అమెరికా దేశస్థులు ఒక రౌండు టేబులు సమావేశానికి వచ్చారు. ఒక దేశానికి చెందిన వారంతా ఒకే చోట కలిసి ఉండేలా వారిని ఒక గుండ్రని బల్ల చుట్టూ ఎన్ని రకాలుగా అమర్చవచ్చు.
14. ఏడుమంది బాట్స్‌మెన్, ఆరుగురు బౌలర్లనుంచి కనీసం ఐదుగురు బౌలర్లు ఉన్న 11 మంది క్రికెట్ టీమును ఎన్ని రకాలుగా ఏర్పరచవచ్చు ?
15. $\dfrac{3x-1}{(1-x+x^2)(2+x)}$ ను పాక్షికభిన్నాలుగా విడగొట్టండి.
16. కలనగణితంలోని ఒక సమస్యను ఇద్దరు విద్యార్థులు A, B లకు ఇస్తే వారు సమస్యను సాధించే సంభావ్యతలు వరసగా 1/3,1/4. వారిద్దరూ స్వతంత్రంగా సమస్యను సాధించటానికి ప్రయత్నిస్తే, ఆ సమస్యను సాధించబడే సంభావ్యత ఎంత?
17. ఒక సంచిలో 12 రెండు రూపాయినాణేలు, 7 రూపాయినాణేలు, 4 అర్ధరూపాయి నాణేలు ఉన్నాయి. ఆ సంచి నుంచి యాదృచ్ఛికంగా మూడు నాణేలను ఎంపిక చేస్తే (i) మూడు నాణేల మొత్తం గరిష్టం కావడానికి (ii) మూడు నాణేల మొత్తం కనిష్టం కావడానికి (iii) మూడు నాణేలు వేర్వేరు విలువలను కలిగి ఉండడానికి గల సంభాస్వతలను కనుక్కోండి.

సెక్షన్-సి

18. $\left(\dfrac{1+\sin\frac{\pi}{8}+i\cos\frac{\pi}{8}}{1+\sin\frac{\pi}{8}-i\cos\frac{\pi}{8}}\right)^{8/3}=-1$ అని చూపండి.
19. $18x^3+81x^2+121x+60=0$, సమీకరణం ఒక మూలం తక్కిన రెండు మూలాల మొత్తములో సగమైతే, సమీకరణాన్ని సాధించండి.
20. C_r అనేది ${}^nC_r$ ని సూచిస్తే, $C_0+\frac{C_1}{2}x+\frac{C_2}{3}x^2+.....+\frac{C_n}{n+1}x^n=\frac{(1+x)^{n+1}-1}{(n+1)x}$ అని నిరూపించండి , $C_0+\frac{C_1}{2}+\frac{C_2}{3}+...+\frac{C_n}{n+1}=\frac{2^{n+1}-1}{n+1}$ అని చూపండి.
21. $t=\frac{4}{5}+\frac{4.6}{5.10}+\frac{4.6.8}{5.10.15}+....$ అయితే $9t=16$ అని చూపుము.
22. క్రింది విభాజనానికి మధ్యమం నుంచి మధ్యమ విచలనాన్ని కనుక్కోండి.

x_i	2	5	7	8	10	35
f_i	6	8	10	6	8	2

23. ఒక నగరము నుండి A,B,C అనే మూడు వార్తపత్రికలు వెలువడును. 20% ప్రజలు A పత్రికను,16% ప్రజలుB పత్రికను, 14% ప్రజలు C పత్రికను, 8% ప్రజలు A మరియు B లను, 5% ప్రజలు A మరియు C లను, 4% ప్రజలు B మరియు C లను, 2% ప్రజలు మూడు పత్రికలను చదువుతారు. అయితే కనీసము ఒక వార్తపత్రికను చదివే జనశాతం మరియు A అనే పత్రికను మాత్రమే చదివే జనశాతాన్ని కనుగొనుము.
24. ఒక యాదృచ్ఛిక చలరాశి X సంభావ్యతా విభాజనాన్ని క్రింద ఇచ్చాం.

X=x	0	1	2	3	4	5	6	7
P(X=x)	0	k	2k	2k	3k	k^2	$2k^2$	$7k^2+k$

BABY BULLET-Q

IPE TS MARCH-2020
SOLUTIONS

సెక్షన్-ఎ

1. (2–3i) (3 + 4i) అనే సంకీర్ణ సంఖ్యను A+iB రూపంలో వ్రాయుము.

Sol: (2–3i) (3+4i)

$= 2(3)+2(4i)-3i(3)-3i(4i) = 6+8i-9i+12 \quad [\because i^2 = -1]$

$= 18-i$

---

2. $-1-i\sqrt{3}$ ను మాప ఆయామ రూపంలో చూపండి.

Sol: $-1-i\sqrt{3} = x+iy \Rightarrow x=-1,\ y=-\sqrt{3}$

$\therefore r = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{(-1)^2+(-\sqrt{3})^2} = \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2$

ఇప్పుడు, $\theta = \mathrm{Tan}^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) = \mathrm{Tan}^{-1}\left(\frac{-\sqrt{3}}{-1}\right) = \mathrm{Tan}^{-1}\sqrt{3} = \frac{-2\pi}{3}$ $\quad [\because (-1,-\sqrt{3}) \in Q_3,\ \theta \in (-\pi,\pi]]$

$\therefore$ $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ మాప ఆయామ రూపం $= \sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{-2\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{-2\pi}{3}\right)\right)$

$= \sqrt{2}\left(\cos\frac{2\pi}{3} - i\sin\frac{2\pi}{3}\right) [\because \cos(-\theta) = \cos\theta, \sin(-\theta) = -\sin\theta]$

---

3. $(1-i)^8$ యొక్క విలువను కనుగొనుము.

Sol: $1-i = \sqrt{2}\left[\frac{1}{\sqrt{2}} - i\frac{1}{\sqrt{2}}\right] = \sqrt{2}\left[\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4}\right]$

$\therefore (1-i)^8 = \left[\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4}\right)\right]^8 = (\sqrt{2})^8\left[\cos 8\frac{\pi}{4} - i\sin 8\frac{\pi}{4}\right]$

$= 2^4(\cos 2\pi - i\sin 2\pi) = 16[1-i(0)] = 16$

BABY BULLET-Q

4. **$x \in R$ నకు $2x+5-3x^2$ యొక్క కనిష్ట లేదా గరిష్ట విలువను కనుగొనుము.**

Sol: $2x+5-3x^2$ ను ax^2+bx+c తో పోల్చగా $a=-3, b=2, c=5$.

ఇక్కడ, $a=-3<0$. కావున దత్త సమాసంకు గరిష్ట విలువ ఉండును.

$\therefore$ గరిష్ట విలువ= $\dfrac{4ac-b^2}{4a} = \dfrac{4(-3)(5)-2^2}{4(-3)} = \dfrac{-60-4}{-12} = \dfrac{-64}{-12} = \dfrac{16}{3}$

---

5. **$x^3-6x^2+9x-4=0$ యొక్క మూలాలు $1,1,\alpha$ అయితే α ను కనుక్కోండి.**

Sol: ఇచ్చిన సమీకరణము నుండి $a_0=1, a_1=-6, a_2=9, a_3=-4$

మూలాల లబ్ధం $1.1.\alpha = S_3 = \dfrac{-a_3}{a_0} = \dfrac{4}{1}$ $\therefore \alpha = 4$.

---

6. **${}^nC_5 = {}^nC_6$, అయిన ${}^{13}C_n$ ను కనుగొనుము.**

Sol : **సూత్రం:** ${}^nC_r={}^nC_s \Rightarrow r+s=n$ (or) $r=s$

$\therefore {}^nC_5 = {}^nC_6 \Rightarrow n = 5+6 = 11$

$\therefore {}^{13}C_n = {}^{13}C_{11} = {}^{13}C_{13-11} = {}^{13}C_2 = \dfrac{13 \times 12}{1 \times 2} = 13 \times 6 = 78$

---

7. **MATHEMATICS పదంలోని అక్షరాలను అమర్చడం ద్వారా వచ్చే ప్రస్తారాల సంఖ్య కనుగొనుము.**

Sol: ఇచ్చిన పదం 'MATHEMATICS' లోని అక్షరాలు 11.

వీటిలో 2 'M' లు, 2'A' లు, 2'T' లు ఒకే రకం

$\therefore$ కావలసిన ప్రస్తారాల సంఖ్య $= \dfrac{n!}{p!q!r!} = \dfrac{11!}{2!2!2!}$

---

8. **$\left(2x^2+\dfrac{3}{x^3}\right)^{13}$ విస్తరణలోని x^{11} గుణకమును కనుగొనుము.**

Sol: $\left(2x^2+\dfrac{3}{x^3}\right)^{13}$ యొక్క సాధారణ పదము $T_{r+1} = {}^{13}C_r\left(2x^2\right)^{13-r}\left(\dfrac{3}{x^3}\right)^r$

$= {}^{13}C_r(2)^{13-r}.3^r.x^{26-2r}.x^{-3r} = {}^{13}C_r(2)^{13-r}(3)^r.x^{26-5r}$ ....(1)

x^{11}యొక్క గుణకాన్ని కనుక్కోవడానికి $26-5r=11$ గా వ్రాస్తే $5r=15 \Rightarrow r=3$

(1)నుండి x^{11} యొక్క గుణకము $= {}^{13}C_3(2)^{10}(3)^3 = (286)(2^{10})(3^3)$

BABY BULLET-Q

9. 4, 6, 9, 3, 10, 13, 2 అనే దత్తాంశానికి మధ్యమం నుంచి మధ్యమ విచలనాన్ని కనుక్కోండి.

Sol: ఇచ్చిన దత్తాంశం: 4, 6, 9, 3, 10, 13, 2.

దాని ఆరోహణ క్రమం: 2,3,4,6,9,10,13.

పరిశీలనల సంఖ్య n = 7 బేసి

$\therefore$ దత్తాంశం యొక్క మధ్యగతం $\Rightarrow M=6$

మధ్యగతం నుండి పరిశీలనల విచలనాలు: 2–6= –4; 3–6= –3; 4–6= –2; 6–6=0;

9–6=3; 10–6=4; 13–6=7

కావున విచలనాల పరమ మూల్యాలు: 4, 3, 2, 0, 3, 4, 7

$\therefore$ మధ్యగతం నుంచి $M.D=\frac{\Sigma|x_i-M|}{7}=\frac{4+3+2+0+3+4+7}{7}=\frac{23}{7}=3.29$

---

10. సగటు 6 మరియు విస్తృతి 2 గా గల ద్విపద విభాజనంలోని మొదటి రెండు పదాలు కనుగొనుము.

Sol: దత్తాంశం నుండి అంకమధ్యమం np = 6, విస్తృతి npq = 2

$\therefore (np)q=2 \Rightarrow 6(q)=2 \Rightarrow q=\frac{2}{6}=\frac{1}{3} \Rightarrow p=1-q=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

$np=6 \Rightarrow n.\frac{2}{3}=6 \Rightarrow n=\frac{18}{2}=9$ $\therefore n=9, q=\frac{1}{3} \text{ and } p=\frac{2}{3}$

(i) $P(X=0)={}^9C_0\left(\frac{1}{3}\right)^9=\frac{1}{3^9}$;

(ii) $P(X=1)={}^9C_1\left(\frac{1}{3}\right)^8\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{2}{3^7}$

BABY BULLET-Q

సెక్షన్-బి

11. $z = 2 - i\sqrt{7}$ **అయిన $3z^3-4z^2+z+88 = 0$ అని చూపండి.**

Sol: దత్తాంశం నుండి $z = 2 - i\sqrt{7}$

ఇప్పుడు $z - 2 = -i\sqrt{7} \Rightarrow (z-2)^2 = \left(-i\sqrt{7}\right)^2$

$\Rightarrow z^2 - 4z + 4 = -7 \Rightarrow z^2 - 4z + 11 = 0$

$z^3 - 4z^2 + z + 88$ ను $z^2 - 4z + 11$ తో భాగించగా భాగఫలం $3z+8$

$\therefore 3z^3 - 4z^2 + z + 88 = (3z^2 - 4z + 11)(3z+8) = 0(3z+8) = 0$

---

12. $\dfrac{x^2+x+1}{x^2-x+1}$ **యొక్క వ్యాప్తిని కనుగొనుము**

Sol: $y = \dfrac{x^2+x+1}{x^2-x+1}$

$\Rightarrow y(x^2 - x + 1) = x^2 + x + 1$

$\Rightarrow yx^2 - yx + y = x^2 + x + 1$

$\Rightarrow yx^2 - x^2 - yx - x + y - 1 = 0$

$\Rightarrow x^2(y-1) - x(y+1) + (y-1) = 0$

$\Rightarrow (y-1)x^2 - (y+1)x + (y-1) = 0 \ldots\ldots\ldots.(1)$

1) x లో వర్గసమీకరణం మరియు దాని మూలాలు వాస్తవం.

$\therefore \Delta = b^2 - 4ac \geq 0$

$\Rightarrow (y+1)^2 - 4(y-1)^2 \geq 0$

$\Rightarrow (y+1)^2 - (2y-2)^2 \geq 0$

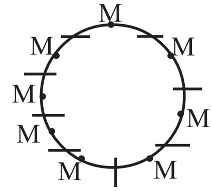
$\Rightarrow \left(y+1+2y-2\right)\left(y+1\right) - \left(2y-2\right) \geq 0$ $\quad \left[\because a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)\right]$

$\Rightarrow (3y-1)\left(3-y\right) \geq 0 \Rightarrow (3y-1)(y-3) \leq 0$

$\Rightarrow y \in \left[\dfrac{1}{3}, 3\right]$ $\quad \therefore$ వ్యాప్తి $= \left[\dfrac{1}{3}, 3\right]$

BABY BULLET-Q

13. **ముగ్గురు భారతీయులు, ముగ్గురు చైనీయులు, ముగ్గురు కెనడా దేశస్థులు, ఇద్దరు అమెరికా దేశస్థులు ఒక రౌండు టేబుల్ సమావేశానికి వచ్చారు. ఒక దేశానికి చెందిన వారంతా ఒకేచోట కలిసి ఉండేలా వారిని ఒక గుండ్రని బల్ల చుట్టూ ఎన్ని రకాలుగా అమర్చవచ్చు?**



Sol: 3 భారతీయులను ఒకే చోట కలిసి ఉండేలా 3! రకాలుగా అమర్చవచ్చు.

3 చైనీయులను ఒకే చోట కలిసి ఉండేలా 3! రకాలుగా అమర్చవచ్చు.

3 కెనడీయన్లు ఒకే చోట కలిసి ఉండేలా 3! రకాలుగా అమర్చవచ్చు.

2 అమెరికన్లు ఒకే చోట కలిసి ఉండేలా 2! రకాలుగా అమర్చవచ్చు.

ఒకే దేశానికి చెందిన వారంతా ఒకేచోట కూర్చున్నందున 4 దేశాలకు చెందిన వారిని గుండ్రని బల్ల చుట్టు అమర్చే $(4-1)! = 3!$ రకాలు

$\therefore$ కావలసిన ప్రస్తారాల సంఖ్య $= 3!\times3!\times3!\times2!\times3! = 6\times6\times6\times2\times6 = 2592$

---

14. **ఏడుమంది బాట్స్‌మెన్, ఆరుగురు బౌలర్లనుంచి కనీసం ఐదుగురు బౌలర్లు ఉన్న పదకొండు మంది క్రికెట్ టీమును ఎన్ని రకాలుగా ఏర్పరచవచ్చు ?**

Sol: కనీసం ఐదుగురు బౌలర్లు ఉన్న పదకొండు మంది క్రికెట్ టీమును క్రింద చూపిన విధాలుగా ఎంచుకోవచ్చు.

బౌలర్లు(6)	బాట్స్‌మెన్(7)	ఎంచుకునే విధానాలు
5	6	${}^6C_5\times{}^7C_6 = 6\times7 = 42$
6	5	${}^6C_6\times{}^7C_5 = 1\times21 = 21$

Q $^7C_5 = {}^7C_2 = \frac{7\times6}{2\times1} = 21$

$\therefore$ క్రికెట్ టీమును ఎంచుకునే విధానాలు $= 42+21 = 63$

---

15. $\frac{3x-1}{(1-x+x^2)(x+2)}$ **ను పాక్షికభిన్నాలుగా విడగొట్టండి.**

Sol: $$\frac{3x-1}{(1-x+x^2)(x+2)} = \frac{A}{x+2} + \frac{Bx+C}{1-x+x^2} = \frac{A(1-x+x^2)+(Bx+C)(x+2)}{(x+2)(1-x+x^2)}$$

$\Rightarrow A(1-x+x^2) + (Bx+C)(x+2) = 3x-1$ ....**(1)**

సమీకరణం (1) లో $x = -2$ వ్రాయగా $A(1+2+4) = -7 \Rightarrow 7A = -7 \Rightarrow A = -1$

(1) లో x^2 గుణకాలను పోల్చగా $A + B = 0 \Rightarrow B = -A \Rightarrow B = 1$

(1) లో స్థిరపదాలను పోల్చగా $A + 2C = -1 \Rightarrow 2C = -1 - A = -1 + 1 = 0 \Rightarrow C = 0$

$$\therefore \frac{3x-1}{(1-x+x^2)(x+2)} = \frac{A}{x+2} + \frac{Bx+C}{1-x+x^2} = -\frac{1}{x+2} + \frac{x}{1-x+x^2}$$

BABY BULLET-Q

16. **కలనగణితంలోని ఒక సమస్యను ఇద్దరు విద్యార్థులు A, B లకు ఇస్తే వారు సమస్యను సాధించే సంభావ్యతలు వరసగా 1/3,1/4. వారిద్దరూ స్వతంత్రంగా సమస్యను సాధించటానికి ప్రయత్నిస్తే, ఆ సమస్యను సాధింపబడే సంభావ్యత ఎంత?**

Sol: A, B లతో సమస్య సాధింపబడే ఘటనలు వరుసగా A, B లు అనుకుందాం. $\Rightarrow P(A)=\frac{1}{3}, P(B)=\frac{1}{4}$

$$\therefore P(\bar{A})=1-P(A)=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3};\quad P(\bar{B})=1-P(B)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

$$\therefore P(A\cup B)=1-P(\bar{A}\cap\bar{B})=1-P(\bar{A}).P(\bar{B})=1-\left(\frac{2}{\cancel{3}}\right)\left(\frac{\cancel{3}}{4}\right)=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$

---

17. **ఒక సంచిలో 12 రెండు రూపాయినాణేలు, 7 రూపాయినాణేలు, 4 అర్ధరూపాయి నాణేలు ఉన్నాయి. ఆ సంచి నుంచి యాదృచ్ఛికంగా మూడు నాణేలను ఎంపిక చేస్తే**
(i) మూడు నాణేల మొత్తం గరిష్టం కావడానికి (ii) మూడు నాణేల మొత్తం కనిష్టం కావడానికి
(iii) మూడు నాణేలు వేర్వేరు విలువలను కలిగి ఉండడానికి గల సంభావ్యతలను కనుక్కోండి.

BABY BULLET-Q

Sol: సంచిలోని నాణేలు 12 రెండు రూపాయినాణేలు, 7 రూపాయినాణేలు, 4 అర్ధరూపాయి నాణేలు.

మొత్తం నాణేల సంఖ్య = 12 +7 + 4= 23

23 నాణేల నుండి మూడు నాణేలను ఎంపిక చేసే విధానాల సంఖ్య $=n(S)={}^{23}C_3$

i) మూడు నాణేల మొత్తం గరిష్ఠం కావలంటే తీసిన మూడు నాణేలు 'రెండు రూపాయల నాణేలు' అవ్వాలి.

12 రెండు రూపాయల నాణేల నుండి '3 రెండు రూపాయల నాణేలు' తీసే విధానాల సంఖ్య $= n(E_1) = {}^{12}C_3$

$$\therefore P(E_1)=\frac{n(E_1)}{n(S)}=\frac{{}^{12}C_3}{{}^{23}C_3}$$

ii) మూడు నాణేల మొత్తం కనిష్టం కావలంటే తీసిన మూడు నాణేలు 'అర్ధరూపాయి నాణేలు' అవ్వాలి.

4 అర్ధరూపాయి నాణేల నుండి '3 అర్ధరూపాయి నాణేలు' తీసే విధానాల సంఖ్య $= n(E_2)={}^{4}C_3$

$$\therefore P(E_2)=\frac{n(E_2)}{n(S)}=\frac{{}^{4}C_3}{{}^{23}C_3}$$

iii) మూడు నాణేలు వేర్వేరు విలువలవి కావాలంటే ప్రతి ఒక్క రకం నుండి ఒక్కొ నాణేమును తీయవలెను.

మూడు నాణేలు వేర్వేరు విలువలవి తీయు విధానాల సంఖ్య $= n(E_3)={}^{12}C_1\times {}^{7}C_1\times {}^{4}C_1$

$$\therefore P(E_3)=\frac{n(E_3)}{n(S)}=\frac{{}^{12}C_1\times{}^{7}C_1\times{}^{4}C_1}{{}^{23}C_3}$$

సెక్షన్-సి

18. $\left(\dfrac{1+\sin\frac{\pi}{8}+i\cos\frac{\pi}{8}}{1+\sin\frac{\pi}{8}-i\cos\frac{\pi}{8}}\right)^{8/3}=-1$ అని చూపండి.

Sol: $z=\sin\frac{\pi}{8}+i\cos\frac{\pi}{8}$.

$$\frac{1}{z}=\frac{1}{\sin\frac{\pi}{8}+i\cos\frac{\pi}{8}}=\frac{1\left(\sin\frac{\pi}{8}-i\cos\frac{\pi}{8}\right)}{\left(\sin\frac{\pi}{8}+i\cos\frac{\pi}{8}\right)\left(\sin\frac{\pi}{8}-i\cos\frac{\pi}{8}\right)}=\frac{\left(\sin\frac{\pi}{8}-i\cos\frac{\pi}{8}\right)}{\sin^2\frac{\pi}{8}+\cos^2\frac{\pi}{8}}=\left(\sin\frac{\pi}{8}-i\cos\frac{\pi}{8}\right)$$

$$\therefore\ G.E=\left(\frac{1+\left(\sin\frac{\pi}{8}+i\cos\frac{\pi}{8}\right)}{1+\left(\sin\frac{\pi}{8}-i\cos\frac{\pi}{8}\right)}\right)^{8/3}=\left(\frac{1+z}{1+\frac{1}{z}}\right)^{8/3}=\left(\frac{\cancel{1+z}}{\frac{\cancel{z+1}}{z}}\right)^{8/3}=(z)^{8/3}$$

$$=\left(\sin\frac{\pi}{8}+i\cos\frac{\pi}{8}\right)^{8/3}=\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{8}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{8}\right)\right]^{8/3}$$

$$=\left(\cos\frac{4\pi-\pi}{8}+i\sin\frac{4\pi-\pi}{8}\right)^{8/3}=\left(\cos\frac{3\pi}{8}+i\sin\frac{3\pi}{8}\right)^{8/3}=\left(\cos\frac{\cancel{8}}{\cancel{3}}\left(\frac{\cancel{3}\pi}{\cancel{8}}\right)+i\sin\frac{\cancel{8}}{\cancel{3}}\left(\frac{\cancel{3}\pi}{\cancel{8}}\right)\right)$$

$$=\cos\pi+i\sin\pi=\cos180^\circ+i\sin180^\circ=-1+i(0)=-1$$

BABY BULLET-Q

19. $18x^3+81x^2+121x+60=0$ సమీకరణం ఒక మూలం తక్కిన రెండు మూలాల మొత్తములో సగమైతే ఆ సమీకరణాన్ని సాధించండి.

Sol: α,β,γ లు $18x^3+81x^2+121x+60=0$ సమీకరణం యొక్క మూలాలు అనుకొనుము.

దత్త సమీకరణం ఒక మూలం మిగిలిన రెండు మూలాల మొత్తంలో సగం కాబట్టి $\beta=\dfrac{\alpha+\gamma}{2}$

$\Rightarrow \alpha, \beta, \gamma$ లు A.P ఉన్నట్లు.

$\therefore \alpha=a-d, \beta=a, \gamma=a+d$ గా తీసుకుందాం.

ఇచ్చిన సమీకరణం $18x^3+81x^2+121x+60=0$

$$S_1=\alpha+\beta+\gamma=-\frac{b}{a}\Rightarrow (a-d)+a+(a+d)=-\frac{81}{18}=-\frac{9}{2}\Rightarrow 3a=-\frac{9}{2}\Rightarrow a=-\frac{3}{2}$$

$$S_3=\alpha\beta\gamma=-\frac{d}{a}\Rightarrow (a-d)(a)(a+d)=-\frac{60}{18}=-\frac{10}{3}\Rightarrow a(a^2-d^2)=-\frac{10}{3}$$

$$\Rightarrow -\frac{3}{2}\left(\left(-\frac{3}{2}\right)^2-d^2\right)=-\frac{10}{3}\Rightarrow \frac{9}{4}-d^2=\frac{10}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{20}{9}\Rightarrow d^2=\frac{9}{4}-\frac{20}{9}=\frac{81-80}{36}=\frac{1}{36}\Rightarrow d=\frac{1}{6}$$

ఇప్పుడు $a-d=-\dfrac{3}{2}-\dfrac{1}{6}=\dfrac{-9-1}{6}=-\dfrac{10}{6}=-\dfrac{5}{3}$ మరియు $a+d=-\dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{6}=\dfrac{-9+1}{6}=-\dfrac{8}{6}=-\dfrac{4}{3}$

$\therefore$ దత్త సమీకరణం మూలాలు $a-d, a, a+d \Rightarrow -\dfrac{5}{3}, -\dfrac{3}{2}, -\dfrac{4}{3}$

BABY BULLET-Q

20. **n ఒక ధరపూర్ణ సంఖ్య మరియు x ఒక శూన్యేతర వాస్తవ సంఖ్య అయితే**

$$C_0 + C_1\frac{x}{2} + C_2\frac{x^2}{3} + C_3\frac{x^3}{4} + \ldots\ldots + C_n\frac{x^n}{n+1} = \frac{(1+x)^{n+1} - 1}{(n+1)x}$$ **అని చూపండి.**

$$C_0 + \frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{3} + \ldots.\frac{C_n}{n+1} = \frac{2^{n+1}-1}{n+1}$$ **అని నిరూపించండి.**

Sol: Let $S = C_0 + C_1.\frac{x}{2} + C_2.\frac{x^2}{3} + \ldots. + C_n.\frac{x^n}{n+1} = {}^nC_0 + {}^nC_1\frac{x}{2} + {}^nC_2\frac{x^2}{3} + \ldots\ldots + {}^nC_n.\frac{x^n}{n+1}$

$$\Rightarrow x.S = {}^nC_0.x + {}^nC_1\frac{x^2}{2} + {}^nC_2.\frac{x^3}{3} + \ldots. + {}^nC_n.\frac{x^{n+1}}{n+1}$$

$$\Rightarrow (n+1)xS = \frac{n+1}{1}\cdot {}^nC_0.x + \frac{n+1}{2}.{}^nC_1.x^2 + \frac{n+1}{3}.{}^nC_2x^3 + \ldots. + \frac{n+1}{n+1}{}^nC_n.x^{n+1}$$

$$= {}^{n+1}C_1.x + {}^{n+1}C_2x^2 + {}^{n+1}C_3x^3 + \ldots. + {}^{n+1}C_{n+1}.x^{n+1} \qquad \left(\because \left(\frac{n+1}{r+1}\right).{}^nC_r = {}^{(n+1)}C_{r+1}\right)$$

$$\Rightarrow (n+1)xS = (1+x)^{n+1} - 1 \qquad (\because {}^nC_1x + {}^nC_2x^2 + \ldots.. + {}^nC_nx^n = (1+x)^n - 1)$$

$$\therefore S = \frac{(1+x)^{n+1} - 1}{(n+1).x}$$

Corollary: $C_0 + \frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{3} + \ldots.\frac{C_n}{n+1} = \frac{2^{n+1}-1}{n+1}$ **అని నిరూపించండి.**

Proof: $S = C_0 + \frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{3} + \ldots.\frac{C_n}{n+1}$

$$\Rightarrow S = {}^nC_0 + \frac{1}{2}.{}^nC_1 + \frac{1}{3}.{}^nC_2 + \ldots.. + \frac{1}{n+1}.C_n$$

$$\Rightarrow (n+1)S = \frac{n+1}{1}.{}^nC_0 + \frac{n+1}{2}.{}^nC_1 + \frac{n+1}{3}.{}^nC_2 + \ldots. + \frac{n+1}{n+1}{}^nC_n$$

$$= {}^{n+1}C_1 + {}^{n+1}C_2 + {}^{n+1}C_3 + \ldots. + {}^{n+1}C_{n+1} \qquad \left(\text{Since } \frac{n+1}{r+1}.{}^nC_r = {}^{n+1}C_{r+1}\right)$$

$$= 2^{n+1} - 1 \qquad (\because {}^nC_1 + {}^nC_2 + \ldots\ldots + {}^nC_n = 2^n - 1)$$

$$\therefore S = \frac{2^{n+1}-1}{n+1}$$

BABY BULLET-Q

21. $t=\frac{4}{5}+\frac{4.6}{5.10}+\frac{4.6.8}{5.10.15}+....$ అయిన $9t = 16$ అని నిరూపించండి.

Sol: దత్తాంశం నుండి $t=\frac{4}{5}+\frac{4.6}{5.10}+\frac{4.6.8}{5.10.15}+....$

ఇరువైపులా 1 ను కలుపగా

$$1+t=1+\frac{4}{1!}\left(\frac{1}{5}\right)+\frac{4.6}{2!}\left(\frac{1}{5}\right)^2+\frac{4.6.8}{3!}\left(\frac{1}{5}\right)^3+......$$

పై శ్రేణిని $1+\frac{p}{1!}\left(\frac{x}{q}\right)+\frac{p(p+q)}{2!}\left(\frac{x}{q}\right)^2+.......=(1-x)^{-p/q}$ తో పోల్చగా

$p=4, p+q=6 \Rightarrow 4+q=6 \Rightarrow q=2.$ మరియు $\frac{x}{q}=\frac{1}{5} \Rightarrow x=\frac{q}{5}=\frac{2}{5}$

$$\therefore 1+t=(1-x)^{-p/q}=(1-\frac{2}{5})^{-4/2}=\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}=\left(\frac{5}{3}\right)^2=\frac{25}{9}$$

$$\Rightarrow 1+t=\frac{25}{9} \Rightarrow 9(1+t)=25 \Rightarrow 9+9t=25 \Rightarrow 9t=16$$

---

22. ఒక నగరము నుండి A,B,C అనే మూడు వార్తపత్రికలు వెలువడును. 20% ప్రజలు A పత్రికను,16% ప్రజలుB పత్రికను, 14% ప్రజలు C పత్రికను, 8% ప్రజలు A మరియు B లను, 5% ప్రజలు A మరియు C లను, 4% ప్రజలు B మరియు C లను, 2% ప్రజలు మూడు పత్రికలను చదువుతారు. అయితే కనీసము ఒక వార్తపత్రికను చదివే జనాభా శాతాన్ని కనుక్కోండి.

Sol : దత్తాంశము నుండి $P(A)=\frac{20}{100}=0.2$, $P(B)=\frac{16}{100}=0.16$, $P(C)=\frac{14}{100}=0.14$

$P(A\cap B)=\frac{8}{100}=0.08$, $P(B\cap C)=\frac{4}{100}=0.04$, $P(A\cap C)=\frac{5}{100}=0.05$

$$P(A\cap B\cap C)=\frac{2}{100}=0.02$$

$\therefore P(A\cup B\cup C)= P(A) + P(B) + P(C) - P(A\cap B)-P(B\cap C)-P(C\cap A)+P(A\cap B\cap C)$

$= 0.2 + 0.16 + 0.14 - 0.08 - 0.04 - 0.05 + 0.02 = 0.52 - 0.17 = 0.35$

కనీసము ఒక వార్తాపత్రిక చదివే జనశాతం = 0.35 x 100 = 35.

BABY BULLET-Q

23. **క్రింది విభాజనానికి మధ్యమం నుంచి మధ్యమ విచలనాన్ని కనుక్కోండి.**

x_i	2	5	7	8	10	35
f_i	6	8	10	6	8	2

Sol: ఇచ్చిన దత్తాంశ పట్టిక నుంచి ఈ క్రింది పట్టికను నిర్మిద్దాం

x_i	f_i	$f_i x_i$	$\lvert x_i - \bar{x} \rvert$	$f_i \lvert x_i - \bar{x} \rvert$
2	6	12	6	36
5	8	40	3	24
7	10	70	1	10
8	6	48	0	0
10	8	80	2	16
35	2	70	27	54
		40	**320**	**140**

ఇక్కడ, $N = \Sigma f_i = 40; \Sigma f_i x_i = 320$ $\Rightarrow$ అంకమధ్యమము $\bar{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{N} = \frac{320}{40} = 8$

మరియు $\Sigma f_i \lvert x_i - \bar{x} \rvert = 140$

$\therefore$ అంకమధ్యమం నుంచి మధ్యమ విచలనం $M.D = \frac{\Sigma f_i \lvert x_i - \bar{x} \rvert}{N} = \frac{140}{40} = 3.5$

---

24. **ఒక యాదృచ్ఛిక చలరాశి X సంభావ్యతా విభాజనాన్ని క్రింద ఇచ్చాం.**

$X=x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7
$P(X=x_i)$	0	k	2k	2k	3k	k^2	$2k^2$	$7k^2+k$

అయిన (i) k విలువ (ii) సగటు మరియు (iii) P(0<x<5) లను కనుగొనుము.

Sol: సంభావ్యతల మొత్తం $\Sigma P(X=x_i)=1$

$\Rightarrow 0+k+2k+2k+3k+k^2+2k^2+7k^2+k=1 \Rightarrow 10k^2+9k=1 \Rightarrow 10k^2+9k-1=0$

$\Rightarrow 10k^2+10k-k-1=0 \Rightarrow 10k(k+1)-1(k+1)=0 \Rightarrow (10k-1)(k+1)=0 \Rightarrow k=1/10$, (since $k>0$)

(i) $k=1/10$

(ii) సగటు $\mu = \sum_{i=1}^{n} x_i . P(X = x_i) = 0(0)+1(k)+2(2k)+3(2k)+4(3k)+5(k^2)+6(2k^2)+7(7k^2+k)$

$=0+k+4k+6k+12k+5k^2+12k^2+49k^2+7k=66k^2+30k$

$= 66\left(\frac{1}{100}\right) + 30\left(\frac{1}{10}\right) = 0.66 + 3 = 3.66$

(iii) $P(0<x<5)=P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4) = k+2k+2k+3k=8k = 8\left(\frac{1}{10}\right) = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

BABY BULLET-Q