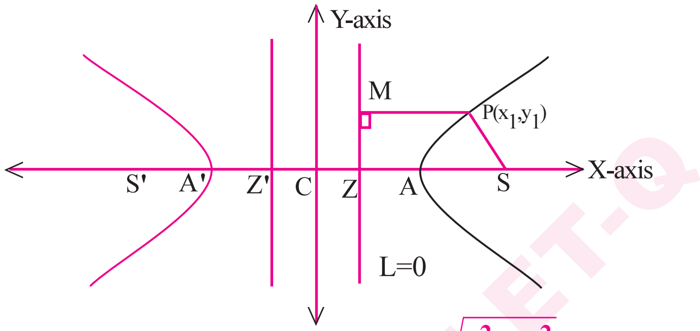
5. అతిపరావలయం

IPE : 1 VSAQ & 1 SAQ = 2 + 4 = 6 Marks

ముఖ్యమైన సూత్రాలు, నిర్వచనాలు

I) **నిర్వచనం:** ఒక తలములోని ఒక స్థిరబిందువుకు మరియు ఒక స్థిర సరళరేఖకు దూరాల నిష్పత్తి స్థిరము e, e>1 అయ్యే విధంగా ఉండే బిందువు యొక్క బిందుపథాన్ని అతిపరావలయం అంటారు.



1) $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ అతిపరావలయం యొక్క ఉత్కేంద్రీయత $e=\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}$ ఇక్కడ $a^2e^2=a^2+b^2$

2) అతిపరావలయం యొక్క నాభులు **S=(ae, 0), S'(−ae,0)** i.e., $(\pm\sqrt{a^2+b^2},0)$

3) నియతరేఖ లంబ పాదాలు $Z=\left(\frac{a}{e},0\right)$, $Z'=\left(-\frac{a}{e},0\right)$ మరియు నియతరేఖ సమీకరణాలు $x=\pm\frac{a}{e}$

4.1) **AA'** ను తిర్యక్ అక్షం అని, **BB'** ను సంయుగ్మాక్షం అని అంటారు.

4.2) తిర్యక్ అక్షం పొడవు **2a** , సమీకరణం **y=0** మరియు సంయుగ్మాక్షం పొడవు **2b** , సమీకరణం **x=0**

5.1) అతిపరావలయం యొక్క శీర్షాలు **A(a,0), A'(-a,0)** మరియు **B(0,b), B'(0, -b)**

5.2) శీర్షాల వద్ద స్పర్శరేఖల సమీకరణాలు **x=±a**

6.1) నాభిలంబాల సమీకరణము **x=±ae**

6.2) నాభిలంబాల కొనలు $\left(ae,\pm\frac{b^2}{a}\right)$ మరియు $\left(-ae,\pm\frac{b^2}{a}\right)$

6.3) నాభిలంబము పొడవు $\frac{2b^2}{a}$

7) అతిపరావలయంపై నాభి **S** దృష్ట్యా $P(x_1,y_1)$ బిందువు యొక్క నాభిదూరము $SP=ex_1-a$ మరియు అతిపరావలయంపై నాభి **S'** దృష్ట్యా **P** బిందువు యొక్క నాభిదూరం $S'P=ex_1+a$

8) అతిపరావలయం యొక్క అనుబంధ(సహాయక) వృత్త సమీకరణం $x^2+y^2=a^2$

9) అతిపరావలయం యొక్క నియత వృత్త సమీకరణం $x^2+y^2=a^2-b^2$

BABY BULLET-Q

II) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ క్షితిజ సమాంతర అతిపరావలయం దృష్ట్యా

1) సంకేతాలు: $S=\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-1$; $S_1=\frac{x_1x}{a^2}-\frac{y_1y}{b^2}-1$; $S_{11}=\frac{x_1^2}{a^2}-\frac{y_1^2}{b^2}-1$; $S_{12}=\frac{x_1x_2}{a^2}-\frac{y_1y_2}{b^2}-1$

2) S=0 అతిపరావలయమునకు $P(x_1,y_1)$ బిందువుయొక్క స్థానం

(i) $S=0 \Leftrightarrow S_{11}=0$ అతిపరావలయంపై $P(x_1,y_1)$ బిందువు ఉండును.

(ii) $S=0 \Leftrightarrow S_{11}>0$ అతిపరావలయం లోపల $P(x_1,y_1)$ బిందువు ఉండును.

(iii) $S=0 \Leftrightarrow S_{11}<0$ అతిపరావలయం వెలుపల $P(x_1,y_1)$ బిందువు ఉండును.

3) S=0 అతిపరావలయంపై $A(x_1,y_1)$ & $B(x_2,y_2)$ బిందువులను కలిపే జ్యా సమీకరణము $S_1+S_2=S_{12}$

4) S=0 అతిపరావలయంపై $P(x_1,y_1)$ వద్ద గీచిన స్పర్శరేఖ సమీకరణము $S_1=0$

5) $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ అతిపరావలయంపై $P(x_1,y_1)$ వద్ద గీచిన అబిలంబరేఖ సమీకరణము $\frac{a^2x}{x_1}+\frac{b^2y}{y_1}=a^2+b^2$

6) $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ అతిపరావలయానికి y=mx+c అనే రేఖ స్పర్శరేఖ కావడానికి నియమం $c^2=a^2m^2-b^2$.

7) $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ అతిపరావలయానికి m వాలుగా కలిగిన స్పర్శరేఖ సమీకరణము $y=mx\pm\sqrt{a^2m^2-b^2}$

8) బాహ్యబిందువు $P(x_1,y_1)$ నుండి $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ అతిపరావలయానికి రెండు స్పర్శరేఖలు గీయగలము.

మరియు ఆ స్పర్శరేఖల వాలు m_1,m_2 అయిన $m_1+m_2=\frac{2x_1y_1}{x_1^2-a^2}$, $m_1m_2=\frac{y_1^2+b^2}{x_1^2-a^2}$

9) బాహ్యబిందువు $P(x_1,y_1)$ నుండి S=0 అతిపరావలయానికి గీచిన స్పర్శరేఖాయుగ్మ సమీకరణము $S_1^2=S_{11}S$.

10) $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ అతి పరావలయం యొక్క అనంత స్పర్శరేఖల సమీకరణము $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=0$ (లేదా) $y=\pm\frac{b}{a}x$

11) $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ అతి పరావలయం యొక్క అనంత స్పర్శరేఖల మధ్యకోణము $2\text{Tan}^{-1}\frac{b}{a}$ (లేదా) $2\text{Sec}^{-1}e$

III) పరామితీయ సమీకరణాలు:

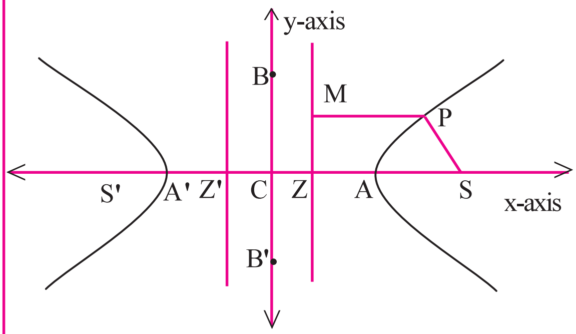
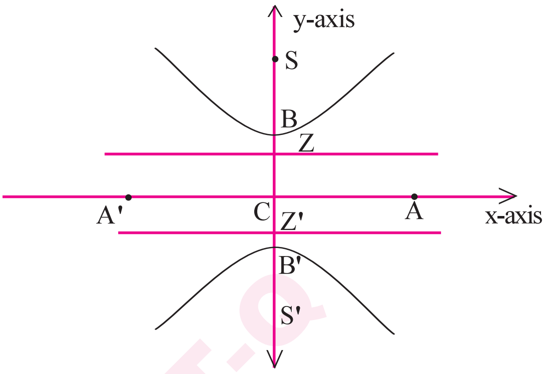
12) $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ అతిపరావలయంపై బిందువు యొక్క పరామితీయ రూపం $P(a\sec\theta, b\tan\theta)$ దీనిని θ తో సూచిస్తాము.

13) S=0 అతిపరావలయంపై $P(\theta)$ వద్ద స్పర్శరేఖ సమీకరణము $\frac{x\sec\theta}{a}-\frac{y\tan\theta}{b}=1$

14) S=0 అతిపరావలయంపై $P(\theta)$ వద్ద అభిలంబరేఖ సమీకరణము $\frac{ax}{\sec\theta}+\frac{by}{\tan\theta}=a^2+b^2$

BABY BULLET-Q

IV) అతిపరావలయము యొక్క రెండు ప్రామాణిక రూపాలు

$S = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ప్రామాణిక రూపం-I లో అతిపరావలయము	$S' = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$ సంయుగ్మ అతిపరావలయము (ప్రామాణిక రూపం-II)
 	
1) ఉత్కేంద్రత $e = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}$ $(\because b^2=a^2(e^2-1)$ or $a^2e^2=a^2+b^2)$	1) ఉత్కేంద్రత $e' = \frac{\sqrt{b^2+a^2}}{b}$ $(\because a^2=b^2(e^2-1)$ or $b^2e^2=b^2+a^2)$
2) కేంద్రం C=(0,0)	2) కేంద్రం C=(0,0)
3) నాభులు S=(ae, 0) i.e., $S(\sqrt{a^2+b^2},0)$ S'=(-ae,0) i.e., $S'(-\sqrt{a^2+b^2},0)$	3) నాభులు S=(0, be) i.e., $S(0,\sqrt{b^2+a^2})$ S'=(0,-be) i.e., $S'(0,-\sqrt{b^2+a^2})$
4) శీర్షాలు A=(a,0) మరియు A'=(-a,0)	4) శీర్షాలు B=(0,b) మరియు B'=(0,-b)
5) నాభిలంబం కొనలు $=\left(\pm ae, \pm\frac{b^2}{a}\right)$	5) నాభిలంబం కొనలు $=\left(\pm\frac{a^2}{b}, \pm be\right)$
6) నియతరేఖ లంబపాదాలు = (±a/e, 0)	6) నియతరేఖ లంబపాదాలు = (0, ±b/e)
7) నియతరేఖల సమీకరణం x=±a/e (లేదా) $(\sqrt{a^2+b^2})x = \pm a^2$	7) నియతరేఖల సమీకరణం y=±b/e (లేదా) $(\sqrt{b^2+a^2})y = \pm b^2$
8) నాభిలంబం సమీకరణం x=±ae	8) నాభిలంబం సమీకరణం y=±be
9) తిర్యక్ అక్షం పొడవు 2a; దాని సమీకరణం y=0 సంయుగ్మ అక్షం పొడవు 2b; దాని సమీకరణం x=0	9) తిర్యక్ అక్షం పొడవు 2b; దాని సమీకరణం x=0 సంయుగ్మ అక్షం పొడవు 2a; దాని సమీకరణం y=0
10) శీర్షాల వద్ద స్పర్శరేఖ సమీకరణం x=±a	10) శీర్షాల వద్ద స్పర్శరేఖ సమీకరణం y=±b

BABY BULLET-Q