2A (TM)

Previous IPE

SOLVED PAPERS

MARCH-2019 (TS)

PREVIOUS PAPERS

IPE: MARCH-2019(TS)

Time : 3 Hours | గణితశాస్త్రం- 2A | Max.Marks : 75

సెక్షన్-ఎ

I. ఈ క్రింది అన్ని అతిస్వల్ప సమాధాన ప్రశ్నలకు సమాధానం వ్రాయండి: 10x2=20

1. z=(cosθ, sinθ), అయిన $\left(z-\frac{1}{z}\right)$ ను కనుగొనుము.

2. z=x+iy, |z|=1అయిన z యొక్క బిందు పథమును కనుగొనుము.

3. $1,\omega,\omega^2$లు 1 యొక్క ఘన మూలాలు అయితే $(1-\omega+\omega^2)^3$ యొక్క విలువను కనుగొనుము.

4. $x^2+x-12\le 0$యొక్క సాధన సమితిని బీజీయ పద్ధతి ద్వారా కనుక్కోండి.

5. $4x^3-6x^2+7x+3=0$ మూలాలు α,β,γ అయితే $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha$ మూలాలు కనుక్కోండి.

6. 6 విభిన్నమైన రంగుల పూసలతో ఏర్పరచగల పూసల గొలుసల సంఖ్యను కనుక్కోండి.

7. ${}^nC_4=210$ అయిన n కనుగొనుము.

8. $(2x+3y+z)^7$విస్తరణలోని పదాల సంఖ్యను కనుగొనుము.

9. 5,12,3,18,6,8,2,10 అనే దత్తాంశమునకు విస్తృతి, ప్రామాణిక విచలనాలను కనుక్కోండి.

10. ఒక ద్విపద విభాజనం అంకమధ్యమం, విస్తృతి వరసగా 4,3. ఆ విభాజనాన్ని సంధానించి $P(X\geq 1)$ని కనుక్కోండి.

సెక్షన్-బి

II. క్రింది వాటిలో ఏవేని ఐదు స్వల్పసమాధాన ప్రశ్నలకు సమాధానం వ్రాయండి. 5x4=20

11. $x+iy=\frac{1}{1+\cos\theta+i\sin\theta}$ అయిన, $4x^2-1=0$ అని చూపండి.

12. $c^2\neq ab$ అయితే , $(c^2-ab)x^2-2(a^2-bc)x+(b^2-ac)=0$ సమీకరణం మూలాలు సమానమైతే అపుడు $a^3+b^3+c^3=3abc$ లేదా $a=0$ అని చూపండి.

13. MASTER అనే పదంలోని అక్షరాలతో ఏర్పడే పదాలన్నింటినీ నిఘంటువులోని క్రమంలో అమరిస్తే, MASTER పదం కోటిని కనుక్కోండి.

14. $\frac{{}^{4n}C_{2n}}{{}^{2n}C_n}=\frac{1.3.5.....(4n-1)}{[1.3.5.....(2n-1)]^2}$ అని నిరూపించండి.

15. $\frac{x^3}{(x-a)(x-b)(x-c)}$ ను పాక్షిక భిన్నాలుగా విడగొట్టండి.

16. ఒక కాంట్రాక్టరు రోడ్డు కాంట్రాక్టును పొందే సంభావ్యత 2/3, భవనం కాంట్రాక్టును పొందే సంభావ్యత 5/9. కనీసం ఒక కాంట్రాక్టునైనా పొందే సంభావ్యత 4/5. అతడు రెండు కాంట్రాక్టులనూ పొందే సంభావ్యతను కనుక్కోండి.

17. 75% సందర్భాల్లో A నిజం మాట్లాడతాడు, B, 80% సందర్భాల్లో నిజం మాట్లాడతాడు. ఒక సంఘటన గురించి వారు చెప్పే విషయం పరస్పరం విభేదించడానికి సంభావ్యత ఎంత?

BABY BULLET-Q

సెక్షన్-సి

III. క్రింది వాటిలో ఏవేని ఐదు దీర్ఘసమాధాన ప్రశ్నలకు సమాధానం వ్రాయండి. 5x7=35

18. n పూర్ణాంకం, $\mathbf{z = cis\theta}$ అయితే $\frac{z^{2n}-1}{z^{2n}+1} = i\tan n\theta$ అని చూపండి.

19. $x^4+x^3-16x^2-4x+48=0$, యొక్క రెండు మూలాల లబ్ధము 6 అగునట్లుగా సమీకరణమును సాధించుము.

20. $(1+x)^n$ ద్విపద విస్తరణలో 3 వరుస గుణకాలు 36, 84, 126 అయితే, n విలువ కనుగొనుము.

21. $x = \frac{1}{5}+\frac{1.3}{5.10}+\frac{1.3.5}{5.10.15}+\ldots\infty$, అయితే $3x^2+6x$ విలువ కనుగొనుము.

22. క్రింది విభాజనానికి మధ్యమం నుంచి మధ్యమ విచలనాన్ని కనుక్కోండి.

x_i	2	5	7	8	10	35
f_i	6	8	10	6	8	2

23. I, II, III అంకెలను కలిగిన మూడు పెట్టెలలో క్రింది విధంగా బంతులు ఉన్నాయి.

	తెల్లనివి	నల్లనివి	ఎర్రనివి
I	1	2	3
II	2	1	1
III	4	5	3

ఒక పెట్టెను యాదృచ్ఛికంగా ఎంపిక చేసి, దాని నుంచి ఒక బంతిని తీశారు. అది ఎర్రనిది అయితే,అది పెట్టె II నుంచి తీయగల సంభావ్యతను కనుగొనుము.

24. ఒక పాచికను దొర్లించగా, ఆ పాచిక పై ముఖముపై వచ్చిన సంఖ్యకు మధ్యమము, విస్తృతులను కనుగొనుము.

BABY BULLET-Q

IPE TS MARCH-2019
SOLUTIONS

సెక్షన్-ఎ

1. $z=(\cos\theta, \sin\theta)$ అయిన $\left(z-\frac{1}{z}\right)$ను కనుగొనుము.

Sol: దత్తాంశం నుండి $z=(\cos\theta, \sin\theta) = \cos\theta+i\sin\theta$

$$\Rightarrow \frac{1}{z}=\frac{1}{\cos\theta+i\sin\theta}=\frac{\cos\theta-i\sin\theta}{(\cos\theta+i\sin\theta)(\cos\theta-i\sin\theta)}$$

$$=\frac{\cos\theta-i\sin\theta}{(\cos^2\theta+\sin^2\theta)}=\frac{\cos\theta-i\sin\theta}{1}=\cos\theta-i\sin\theta$$

$$\therefore z-\frac{1}{z}=(\cos\theta+i\sin\theta)-(\cos\theta-i\sin\theta)=2i\sin\theta$$

---

2. $z=x+iy$, $|z|=1$ అయిన z యొక్క బిందు పథమును కనుగొనుము.

Sol: $|z|=1 \Rightarrow \sqrt{x^2+y^2}=1 \Rightarrow x^2+y^2=1$

z యొక్క బిందుపథం $x^2+y^2 = 1$

---

3. $1,\omega,\omega^2$ లు 1 యొక్క ఘన మూలాలు అయితే $(1-\omega+\omega^2)^3$ యొక్క విలువను కనుగొనుము.

Sol: $(1-\omega+\omega^2)^3=(1+\omega^2-\omega)^3=(-\omega-\omega)^3$ $[\because 1+\omega+\omega^2=0 \Rightarrow 1+\omega^2=-\omega]$

$=(-2\omega)^3=-8\omega^3=-8(1)=-8$

---

4. $x^2+x-12\le 0$ యొక్క సాధన సమితిని బీజీయ పద్ధతి ద్వారా కనుక్కోండి.

Sol: $x^2+x-12\le 0 \Rightarrow x^2+4x-3x-12\le 0$

$\Rightarrow x(x+4)-3(x+4)\le 0 \Rightarrow (x-3)(x+4)\le 0 \Rightarrow x\in[-4,3]$

---

5. $4x^3-6x^2+7x+3=0$ మూలాలు α,β,γ అయితే $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha$ మూలాలు కనుక్కోండి.

Sol: ఇక్కడ $a_0=4, a_1=-6, a_2=7, a_3=3$

$\therefore \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha = S_2 = a_2/a_0 = 7/4$

BABY BULLET-Q

6. **6 విభిన్నమైన రంగుల పూసలతో ఏర్పరచగల పూసల గొలుసల సంఖ్యను కనుక్కోండి.**

Sol: n అసరూప వస్తువులతో ఏర్పరచగల వేలాడే రకం వృత్తాకార ప్రస్తారాల సంఖ్య $\frac{1}{2}(n-1)!$

కావున గొలుసల సంఖ్య $=\frac{1}{2}(6-1)!=\frac{1}{2}(5!)=\frac{1}{2}(120)=60$

---

7. **$^{n}C_4=210$ అయిన n ను కనుగొనుము.**

Sol: $^{n}C_4=210 \Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1.2.3.4}=10\times 21$

$\Rightarrow n(n-1)(n-2)(n-3)=21\times 10\times 1\times 2\times 3\times 4=10\times 7\times 3\times 2\times 3\times 4=10\times 9\times 8\times 7$

$\therefore n=10$

---

8. **$(2x+3y+z)^7$ విస్తరణలోని పదాల సంఖ్యను కనుగొనుము.**

Sol: $(x+y+z)^n$ విస్తరణలోని పదాల సంఖ్య $=\frac{(n+1)(n+2)}{2}$

$\therefore (2x+3y+z)^7$ విస్తరణలోని పదాల సంఖ్య $=\frac{(7+1)(7+2)}{2}=\frac{8\times 9}{2}=36$

---

9. **5, 12, 3, 18, 6, 8, 2, 10 అనే దత్తాంశమునకు విస్తృతి, ప్రామాణిక విచలనాలను కనుక్కోండి.**

Sol: అంకమధ్యమం $\bar{x}=\frac{\sum x_i}{n}=\frac{5+12+3+18+6+8+2+10}{8}=\frac{64}{8}=8$

అంకమధ్యమం నుంచి దత్త పరిశీలనల విచలనాలు:

5–8= –3; 12–8=4; 3–8= –5; 18–8=10; 6–8= –2;8–8=0; 2–8= –6; 10–8=2

కావున విచలనాల పరమమూల్యాలు: 3, 4, 5, 10, 2, 0, 6, 2

విస్తృతి $\sigma^2=\frac{\Sigma(x_i-\bar{x})^2}{n}=\frac{3^2+4^2+5^2+10^2+2^2+0^2+6^2+2^2}{8}$

$=\frac{9+16+25+100+4+0+36+4}{8}=\frac{194}{8}=24.25$

ప్రామాణిక విచలనం $\sigma=\sqrt{24.25}\cong 4.95$

BABY BULLET-Q

10. **ఒక ద్విపద విభాజనం అంకమధ్యమం, విస్తృతి వరసగా 4,3. ఆ విభాజనాన్ని సంధానించి P(X≥1)ని కనుక్కోండి.**

Sol: దత్తాంశం నుండి అంకమధ్యమం $np = 4$, విస్తృతి $npq = 3$

ఇప్పుడు, $(np)q = 3 \Rightarrow (4)q = 3 \Rightarrow q = \frac{3}{4} \Rightarrow p = 1 - q = 1 - \frac{3}{4} = \frac{4-3}{4} = \frac{1}{4}$

$np = 4 \Rightarrow n\left(\frac{1}{4}\right) = 4 \Rightarrow n = 4(4) = 16$

$\therefore$ $n=16$, $q=3/4$ మరియు $p=1/4$

ద్విపద విభాజనం $P(X = r) = {}^{n}C_r q^{n-r}.p^r = {}^{16}C_r \left(\frac{3}{4}\right)^{16-r} . \left(\frac{1}{4}\right)^r$

$\therefore P(X\geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - q^n = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{16}$

BABY BULLET-Q

సెక్షన్-బి

11. $x+iy=\dfrac{1}{1+\cos\theta+i\sin\theta}$ అయిన $4x^2-1=0$ అని చూపండి.

Sol: దత్తాంశం నుండి $x+iy=\dfrac{1}{(1+\cos\theta)+i\sin\theta}=\dfrac{1}{(2\cos^2\frac{\theta}{2})+i(2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2})}$

$$\Rightarrow x+iy=\frac{1}{(2\cos\frac{\theta}{2})(\cos\frac{\theta}{2}+i\sin\frac{\theta}{2})}=\frac{\cos\frac{\theta}{2}-i\sin\frac{\theta}{2}}{(2\cos\frac{\theta}{2})(\cos\frac{\theta}{2}+i\sin\frac{\theta}{2})(\cos\frac{\theta}{2}-i\sin\frac{\theta}{2})}$$

$$=\frac{\cos\frac{\theta}{2}-i\sin\frac{\theta}{2}}{(2\cos\frac{\theta}{2})(\cos^2\frac{\theta}{2}+\sin^2\frac{\theta}{2})}=\frac{\cos\frac{\theta}{2}-i\sin\frac{\theta}{2}}{(2\cos\frac{\theta}{2})(1)}=\frac{\cos\frac{\theta}{2}}{2\cos\frac{\theta}{2}}-\frac{i\sin\frac{\theta}{2}}{2\cos\frac{\theta}{2}}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i\tan\frac{\theta}{2}$$

వాస్తవ భాగాలను సమానం చేయగా $x=\frac{1}{2}\Rightarrow 2x=1\Rightarrow(2x)^2=1^2\Rightarrow 4x^2=1\Rightarrow 4x^2-1=0$

---

12. $c^2\neq ab$ అయితే , $(c^2-ab)x^2-2(a^2-bc)x+(b^2-ac)=0$ సమీకరణం మూలాలు సమానమైతే అపుడు $a^3+b^3+c^3=3abc$ లేదా $a=0$ అని చూపండి.

Sol: దత్త సమీకరణం $(c^2-ab)x^2-2(a^2-bc)x+(b^2-ac)=0$

$Ax^2+Bx+C=0$ తో పోల్చగా $A=(c^2-ab)$; $B=-2(a^2-bc)$; $C=(b^2-ac)$

దత్తాంశం నుండి మూలాలు సమానం కావున $\Delta=B^2-4AC=0$

$\Rightarrow [-2(a^2-bc)]^2-4(c^2-ab)(b^2-ac)=0$

$\Rightarrow 4(a^2-bc)^2-4(c^2-ab)(b^2-ac)=0$

$\Rightarrow a^4+b^2c^2-2a^2bc-b^2c^2+c^3a+b^3a-a^2bc=0$

$\Rightarrow a^4+ab^3+ac^3-3abc=0\Rightarrow a(a^3+b^3+c^3-3abc)=0$

$\therefore a^3+b^3+c^3-3abc=0$ (or) $a=0$

$\Rightarrow a^3+b^3+c^3=3abc$ (or) $a=0$

BABY BULLET-Q

13. **MASTER అనే పదంలోని అక్షరాలతో ఏర్పడే పదాలన్నింటినీ నిఘంటువులోని క్రమంలో అమరిస్తే, MASTER పదం కోటిని కనుక్కోండి.**

Sol : MASTER అనే పదములోని అక్షరాల నిఘంటువు యొక్క క్రమం

A,E,M,R,S,T

A తో మొదలయ్యే పదాల సంఖ్య ------ $= 5! = 120$

E తో మొదలయ్యే పదాల సంఖ్య ------ $= 5! = 120$

MAE తో మొదలయ్యే పదాల సంఖ్య --- $= 3! = 6$

MAR తో మొదలయ్యే పదాల సంఖ్య --- $= 3! = 6$

MASE తో మొదలయ్యే పదాల సంఖ్య -- $= 2! = 2$

MASR తో మొదలయ్యే పదాల సంఖ్య -- $= 2! = 2$

తర్వాత పదం MASTER $= 1! = 1$

$\therefore$ MASTER అనే పదం యొక్క కోటి $= 2(120) + 2(6) + 2(2) + 1$

$= 240 + 12 + 4 + 1 = 257$

---

14. $\dfrac{{}^{4n}C_{2n}}{{}^{2n}C_n} = \dfrac{1.3.5.....(4n-1)}{[1.3.5.....(2n-1)]^2}$ **అని చూపండి.**

Sol: $$\text{L.H.S} = \frac{{}^{4n}C_{2n}}{{}^{2n}C_n} = \frac{\frac{4n!}{2n!.2n!}}{\frac{2n!}{n!.n!}} = \frac{(4n)!}{(2n!)^2} \times \frac{(n!)^2}{(2n)!} \qquad \left[\because {}^nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}\right]$$

$$= \frac{(4n)(4n-1)(4n-2)(4n-3)(4n-4)..........6.5.4.3.2.1}{[(2n)(2n-1)(2n-2)(2n-3).........4.3.2.1]^2} \times \frac{(n!)^2}{(2n)!}$$

$$= \frac{[(4n)(4n-2)(4n-4)..........(6)(4)(2)][(4n-1)(4n-3).....5.3.1]}{[(2n)(2n-2)......4.2]^2[(2n-1)(2n-3).......(3)(1)]^2} \times \frac{(n!)^2}{(2n)!}$$

$$= \frac{[2^{2n}(2n)(2n-1)(2n-2).......(3)(2)(1)][(4n-1)(4n-3).....5.3.1]}{[2^n(n)(n-1)........(2)(1)]^2[(2n-1)(2n-3).......(3)(1)]^2} \times \frac{(n!)^2}{(2n)!}$$

$$= \frac{[2^{2n}(2n!)][(4n-1)(4n-3).....5.3.1]}{2^{2n}(n!)^2[(2n-1)(2n-3).......(3)(1)]^2} \times \frac{(n!)^2}{(2n)!} \; \frac{1.3.5......(4n-3)(4n-1)}{[1.3.5......(2n-3)(2n-1)]^2} = \text{R.H.S}$$

BABY BULLET-Q

15. $\dfrac{x^3}{(x-a)(x-b)(x-c)}$ ను పాక్షిక భిన్నాలుగా విడగొట్టండి.

Sol : $\dfrac{x^3}{(x-a)(x-b)(x-c)} = 1+\dfrac{A}{x-a}+\dfrac{B}{x-b}+\dfrac{C}{x-c}$ ఇక్కడ లవం తరగతి = హారం తరగతి

$$=\frac{(x-a)(x-b)(x-c)+A(x-b)(x-c)+B(x-a)(x-c)+c(x-a)(x-b)}{(x-a)(x-b)(x-c)}$$

$\Rightarrow (x-a)(x-b)(x-c)+A(x-b)(x-c)+B(x-a)(x-c)+C(x-a)(x-b)=x^3$ **.....(1)**

x=a ను (1)లో ప్రతిక్షేపించగా 0+A(a–b)(a–c)+0+0 = a^3 $\Rightarrow A=\dfrac{a^3}{(a-b)(a-c)}$

అదేవిధంగా x=b, x=c అను ప్రతిక్షేపించగా $B=\dfrac{b^3}{(b-a)(b-c)}$, $C=\dfrac{c^3}{(c-a)(c-b)}$

$$\therefore \frac{x^3}{(x-a)(x-b)(x-c)}=1+\frac{a^3}{(a-b)(a-c)(x-a)}+\frac{b^3}{(b-c)(b-a)(x-b)}+\frac{c^3}{(c-a)(c-b)(x-c)}$$

---

16. కాంట్రాక్టరు రోడ్డు కాంట్రాక్టును పొందే సంభావ్యత 2/3, భవనం కాంట్రాక్టును పొందే సంభావ్యత 5/9. కనీసం ఒక కాంట్రాక్టునైనా పొందే సంభావ్యత 4/5. అతడు రెండు కాంట్రాక్టులనూ పొందే సంభావ్యతను కనుక్కోండి.

Sol: A అనునది రోడ్డు కాంట్రాక్టును పొందే సంభావ్యత, B అనునది భవనం కాంట్రాక్టును పొందే సంభావ్యత అనుకొందాం.

దత్తాంశం నుండి $P(A)=\dfrac{2}{3}, P(B)=\dfrac{5}{9}, \; P(A\cup B)=\dfrac{4}{5}$

∴ కాంట్రాక్టరు రెండు కాంట్రాక్టులను పొందే సంభావ్యత

$P(A\cap B)= P(A) + P(B) - P(A\cup B)=\dfrac{2}{3}+\dfrac{5}{9}-\dfrac{4}{5}=\dfrac{30+25-36}{45}=\dfrac{19}{45}$

BABY BULLET-Q

17. 75% సందర్భాల్లో A అనే వ్యక్తి నిజం మాట్లాడతాడు, B అనే వ్యక్తి 80% సందర్భాల్లో నిజం మాట్లాడతాడు. ఒక సంఘటన గురించి వారు చెప్పే విషయం పరస్పరం విభేదించడానికి సంభావ్యత ఎంత?

Sol: A,B లు నిజం చెప్పే ఘటనలు వరసగా A,B లు అనుకుందాం.

$$P(A)=\frac{75}{100}=\frac{3}{4};\ P(B)=\frac{80}{100}=\frac{4}{5}$$

$$\therefore P(\bar{A})=1-P(A)=1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4};\quad P(\bar{B})=1-P(B)=1-\frac{4}{5}=\frac{1}{5}$$

A,B లు పరస్పరము విభేదించే ఘటన E అనుకొనుము.

$$\Rightarrow P(E)=P\left[(A\cap\bar{B})\cup(\bar{A}\cap B)\right]=P(A\cap\bar{B})+P(\bar{A}\cap B)$$

$=P(A)P(\bar{B})+P(\bar{A})P(B)$ [$\because$ A,B లు స్వతంత్ర ఘటనలు] $=\frac{3}{4}.\frac{1}{5}+\frac{1}{4}.\frac{4}{5}=\frac{7}{20}$

BABY BULLET-Q

సెక్షన్-సి

18. **n పూర్ణాంకం, $z = cis\theta$ అయితే $\frac{z^{2n}-1}{z^{2n}+1} = i\tan n\theta$ అని చూపండి.**

Sol: Given $z=cis\theta=\cos\theta+i\sin\theta$

$$L.H.S = \frac{z^{2n}-1}{z^{2n}+1} = \frac{(\cos\theta+i\sin\theta)^{2n}-1}{(\cos\theta+i\sin\theta)^{2n}+1}$$

$$= \frac{\cos(2n)\theta+i\sin(2n)\theta-1}{\cos(2n)\theta+i\sin(2n)\theta+1} = \frac{-(1-\cos 2n\theta)+i\sin 2n\theta}{(1+\cos 2n\theta)+i\sin 2n\theta}$$

$$= \frac{-(2\sin^2 n\theta)+i(2\sin n\theta\cos n\theta)}{2\cos^2 n\theta+i(2\sin n\theta\cos n\theta)} = \frac{(2i^2\sin^2 n\theta)+i(2\sin n\theta\cos n\theta)}{2\cos^2 n\theta+i(2\sin n\theta\cos n\theta)}$$

$$= \frac{\cancel{2}i\sin n\theta\,(\cancel{i\sin n\theta+\cos n\theta})}{\cancel{2}\cos n\theta\,(\cancel{\cos n\theta+i\sin n\theta})} = i\tan n\theta = R.H.S$$

---

19. **$x^4+x^3-16x^2-4x+48=0$ యొక్క రెండు మూలాల లబ్ధము 6 అగునట్లుగా సమీకరణమును సాధించుము.**

Sol: $x^4+x^3-16x^2-4x+48=0$ .... (1) యొక్క మూలాలు $\alpha,\beta,\gamma,\delta$ అనుకొనిన

$\Rightarrow S_1=\alpha+\beta+\gamma+\delta = -1$, $S_4= \alpha\beta\gamma\delta=48$

రెండు మూలల లబ్ధము 6. $\alpha\beta=6$ అనుకొనుము

$\therefore$ $\alpha\beta\gamma\delta=48 \Rightarrow (6)(\gamma\delta)=48 \Rightarrow \gamma\delta=8$

$\alpha+\beta=p$, $\gamma+\delta=q$ లుగా తీసుకొనిన

α,β మూలాలుగా గల సమీకరణము $x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta =0 \Rightarrow x^2-px+6=0$ .... (2)

γ,δ మూలాలుగా గల సమీకరణము $x^2-(\gamma+\delta)x+\gamma\delta=0 \Rightarrow x^2-qx+8=0$ .... (3)

(1),(2),(3) నుండి $x^4+x^3-16x^2-4x+48=(x^2-px+6)(x^2-qx+8)$

$=x^4-(p+q)x^3+(pq+14)x^2-(8p+6q)x+48$

x^3 యొక్క గుణకములను పోల్చగా $p+q=-1 \Rightarrow q=-1-p$

x యొక్క గుణకములను పోల్చగా $8p+6q=4 \Rightarrow 4p+3q=2$

కావున $4p+3(-1-p)=2 \Rightarrow 4p-3-3p=2 \Rightarrow p=5; q= -1-p = -1-5= -6$

ఇప్పుడు , $(2) \Rightarrow x^2-px+6=0 \Rightarrow x^2-5x+6=0 \Rightarrow (x-2)(x-3)=0 \Rightarrow x= 2$ or 3

$(3) \Rightarrow x^2-qx+8=0 \Rightarrow x^2+6x+8=0 \Rightarrow (x+2)(x+4)=0 \Rightarrow x= -2$ or -4

$\therefore$ దత్త సమీకరణం మూలాలు 2,3,–2,–4

BABY BULLET-Q

20. **$(1+x)^n$ ద్విపద విస్తరణలో 3 వరుస గుణకాలు 36, 84, 126 అయితే, n విలువ కనుగొనుము.**

Sol : $(1+x)^n$ విస్తరణలోని 3 వరుస గుణకాలను

$^nC_{r-1} = 36$ .....(1); $^nC_r = 84$ ......(2); $^nC_{r+1} = 126$ ......(3)గా తీసుకుందాం.

ఇప్పుడు, $\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \frac{^nC_r}{^nC_{r-1}} = \frac{84}{36} \Rightarrow \frac{n-r+1}{r} = \frac{7}{3} \Rightarrow 3n - 3r + 3 = 7r \Rightarrow 3n - 10r = -3$ ....(4)

$\frac{(3)}{(2)} \Rightarrow \frac{^nC_{r+1}}{^nC_r} = \frac{126}{84} \Rightarrow \frac{n-r}{r+1} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2n - 2r = 3r + 3 \Rightarrow 2n - 5r = 3$ ....(5)

(4) & (5) లను సాధించగా, n వచ్చును.

$2 \times (5) \Rightarrow 4n - 10r = 6$ ......(6)

ఇప్పుడు, $(6) - (4) \Rightarrow n = 9$

$\therefore$ n విలువ 9.

---

21. **$x = \frac{1}{5} + \frac{1.3}{5.10} + \frac{1.3.5}{5.10.15} + ...\infty$, అయిన $3x^2 + 6x$ ను కనుగొనుము.**

Sol: దత్తాంశం నుండి $x = \frac{1}{5} + \frac{1.3}{5.10} + \frac{1.3.5}{5.10.15} + ...\infty$

ఇరువైపులా 1 ను కలుపగా $1 + x = 1 + \frac{1}{5} + \frac{1.3}{5.10} + \frac{1.3.5}{5.10.15} + ...\infty$

$$= 1 + \frac{1}{1!}\left(\frac{1}{5}\right) + \frac{1.3}{2!}\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \frac{1.3.5}{3!}\left(\frac{1}{5}\right)^3 + ...\infty$$

పై శ్రేణిని $1 + \frac{p}{1!}\left(\frac{y}{q}\right) + \frac{p(p+q)}{2!}\left(\frac{y}{q}\right)^2 + ... = (1-y)^{-p/q}$ తో పోల్చగా

$p = 1, p+q = 3 \Rightarrow q = 2$ మరియు $\frac{y}{q} = \frac{1}{5} \Rightarrow y = \frac{q}{5} = \frac{2}{5}$

$$\therefore 1 + x = (1-y)^{\frac{-p}{q}} = \left(1 - \frac{2}{5}\right)^{\frac{-1}{2}} = \left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{-1}{2}} = \left(\frac{5}{3}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{5}{3}}$$

$$\Rightarrow (1+x)^2 = \frac{5}{3} \Rightarrow 1 + 2x + x^2 = \frac{5}{3} \Rightarrow 3 + 6x + 3x^2 = 5 \Rightarrow 3x^2 + 6x = 2.$$

BABY BULLET-Q

22. క్రింది విభాజనానికి మధ్యమం నుంచి మధ్యమ విచలనాన్ని కనుక్కోండి.

x_i	2	5	7	8	10	35
f_i	6	8	10	6	8	2

Sol: ఇచ్చిన దత్తాంశ పట్టిక నుంచి ఈ క్రింది పట్టికను నిర్మిద్దాం

x_i	f_i	$f_i x_i$	$\lvert x_i - \bar{x} \rvert$	$f_i \lvert x_i - \bar{x} \rvert$
2	6	12	6	36
5	8	40	3	24
7	10	70	1	10
8	6	48	0	0
10	8	80	2	16
35	2	70	27	54
		40	**320**	**140**

ఇక్కడ, $N = \Sigma f_i = 40$; $\Sigma f_i x_i = 320$ $\Rightarrow$ అంకమధ్యమము $\bar{x} = \dfrac{\Sigma f_i x_i}{N} = \dfrac{320}{40} = 8$

మరియు $\Sigma f_i \lvert x_i - \bar{x} \rvert = 140$

$\therefore$ అంకమధ్యమం నుంచి మధ్యమ విచలనం $M.D = \dfrac{\Sigma f_i \lvert x_i - \bar{x} \rvert}{N} = \dfrac{140}{40} = 3.5$

---

23. I, II, III అంకెలను కలిగిన మూడు పెట్టెలలో క్రింది విధంగా బంతులు ఉన్నాయి.

	తెల్లనివి	నల్లనివి	ఎర్రనివి
I	1	2	3
II	2	1	1
III	4	5	3

ఒక పెట్టెను యాదృచ్ఛికంగా ఎంపిక చేసి, దాని నుంచి ఒక బంతిని తీశారు. అది ఎర్రనిది అయితే, అది పెట్టె II నుంచి తీయగల సంభావ్యతను కనుగొనుము.

Sol: బాక్సులు B_1, B_2, B_3లను ఎంపిక చేసే ఘటనలను వరుసగా B_1, B_2, B_3 అనుకొందాం మరియు ఎర్రని బంతిని ఎంపిక చేసే ఘటన R అనుకొందాం.

$\therefore P(B_1) = \dfrac{1}{3}, P(B_2) = \dfrac{1}{3}, P(B_3) = \dfrac{1}{3}$ మరియు $P\left(\dfrac{R}{B_1}\right) = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}, P\left(\dfrac{R}{B_2}\right) = \dfrac{1}{4}, P\left(\dfrac{R}{B_3}\right) = \dfrac{3}{12} = \dfrac{1}{4}$

కావున బేయీ సిద్ధాంతం ప్రకారం కావలసిన సంభావ్యత

$$P\left(\frac{B_2}{R}\right) = \frac{P(B_2)P\left(\frac{R}{B_2}\right)}{P(B_1)P\left(\frac{R}{B_1}\right) + P(B_2)P\left(\frac{R}{B_2}\right) + P(B_3)P\left(\frac{R}{B_3}\right)} = \frac{\cancel{\frac{1}{3}} \times \frac{1}{4}}{\cancel{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}} = \frac{\left(\frac{1}{4}\right)}{\left(\frac{4}{4}\right)} = \frac{1}{4}$$

BABY BULLET-Q

24. **ఒక పాచికను దొర్లించగా, ఆ పాచిక పై ముఖముపై వచ్చిన సంఖ్యకు మధ్యమము, విస్తృతులను కనుగొనుము.**

Sol: యాదృచ్ఛిక చలరాశి X అనేది పాచికపై ముఖంపై వచ్చే అంకెను సూచిస్తే P(X) యొక్క సంభావ్యతా విభాజనం క్రింది విధంగా ఉంది.

$X = x_i$	1	2	3	4	5	6
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

X మధ్యమం $\mu = \sum_{i=1}^{6} X_i . P(X = x_i)$

$$= 1.\frac{1}{6} + 2.\frac{1}{6} + 3.\frac{1}{6} + 4.\frac{1}{6} + 5.\frac{1}{6} + 6.\frac{1}{6} = \frac{1}{6}(1+2+3+4+5+6) = \frac{21}{6} = \frac{7}{2}$$

X విస్తృతి $\sigma^2 = \sum_{i=1}^{6} x_i^2 . P(X = x_i) - \mu^2$

$$= 1^2.\frac{1}{6} + 2^2.\frac{1}{6} + 3^2.\frac{1}{6} + 4^2.\frac{1}{6} + 5^2.\frac{1}{6} + 6^2.\frac{1}{6} - \left(\frac{7}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{6}(1+4+9+16+25+36) - \frac{49}{4} = \frac{91}{6} - \frac{49}{4} = \frac{182-147}{12} = \frac{35}{12}$$

BABY BULLET-Q