

2. ప్రమాణాలు, కాలతీ

స్టడీ నోట్స్

- 1.0 కొలవగలిగిన ఏ రాశినైనా “భౌతికరాశి” అంటారు.
భౌతికరాశులు రెండు రకాలు. అవి (a) ప్రాథమిక భౌతికరాశి (b) ఉత్పన్న భౌతికరాశి
- 1.1 (a) **ప్రాథమిక భౌతికరాశి** : ఇతర భౌతికరాశులపై ఆధారపడక స్వేచ్ఛగా మనగలిగే రాశులను ప్రాథమిక భౌతికరాశులు అని అంటారు. **ఉదా** : పొడవు, ద్రవ్యరాశి, కాలము.
- 1.2 (b) **ఉత్పన్న భౌతికరాశి** : ప్రాథమిక భౌతికరాశులనుండి ఉత్పాదించే భౌతికరాశులను ఉత్పన్న భౌతికరాశులు అని అంటారు. **ఉదా** : వేగం, త్వరణం, బలం మొ॥
- 2.0 భౌతికరాశుల యొక్క కొలతలను, సంఖ్యలు మరియు ప్రమాణాలలో తెలియజేస్తారు. సంఖ్య అనునది భౌతికరాశి పరిమాణాన్ని, ప్రమాణము అనునది ఆ భౌతికరాశి యొక్క ప్రామాణిక నిర్దేశికాన్ని తెలియజేస్తుంది.
ప్రమాణాలు రెండు రకాలు. అవి (a) ప్రాథమిక ప్రమాణాలు (b) ఉత్పన్న ప్రమాణాలు
- 2.1 (a) **ప్రాథమిక ప్రమాణాలు** : ప్రాథమిక భౌతికరాశుల ప్రమాణాలను ప్రాథమిక ప్రమాణాలు అంటారు.
ఉదా: మీటరు, కిలోగ్రాము, సెకను.
- 2.2 (b) **ఉత్పన్న ప్రమాణాలు** : ఉత్పన్న భౌతికరాశుల ప్రమాణాలను ఉత్పన్న ప్రమాణాలు అంటారు.
ఉదా: వేగమునకు ms^{-1} , బలమునకు న్యూటన్ (లేదా) డైన్
- 3.1 **ప్రమాణ పద్ధతులు** : వివిధ ప్రాథమిక భౌతిక రాశులను కొలిచేందుకు 4 ప్రమాణ పద్ధతులున్నాయి. అవి C.G.S. పద్ధతి (మెట్రిక్ పద్ధతి), M.K.S పద్ధతి, F.P.S పద్ధతి (బ్రిటిష్ పద్ధతి), SI పద్ధతి.

రాశి / ప్రమాణం	పొడవు	ద్రవ్యరాశి	కాలము
C.G..S.	సెంటీమీటరు(cm)	గ్రాము(gm)	సెకండు(s)
M.K.S	మీటరు(m)	కిలోగ్రాము(kg)	సెకండు(s)
F.P.S	అడుగు(ft)	పౌండు(lb)	సెకండు(s)

- 3.2 SI పద్ధతిలో 7 ప్రాథమిక రాశులు, మరియు 2 సంపూర్ణ ప్రాథమిక రాశులు ఉన్నాయి.

- 3.2.1 **SI పద్ధతిలో ప్రాథమిక రాశులు** :

	ప్రాథమిక భౌతికరాశి	ప్రమాణం	సంకేతం
1.	పొడవు	మీటరు	m
2.	ద్రవ్యరాశి	కిలోగ్రాము	kg
3.	కాలము	సెకండు	s
4.	విద్యుత్ ప్రవాహం	అంపియర్	A
5.	ఉష్ణ గతిక ఉష్ణోగ్రత	కెల్విన్	K
6.	కాంతి తీవ్రత	కేండిలా	cd
7.	పదార్థ పరిమాణం	మోల్	mol

- 3.2.2 **సంపూర్ణ ప్రాథమిక రాశులు**

1.	సమతల కోణం	రేడియన్	rad
2.	ఘన కోణం	స్టెరిడియన్	sr

- 4.0 **మితులు:** ప్రాథమిక రాశులను ఏ ఘాతాలకు పెంచితే ఇచ్చిన భౌతికరాశి సూచించబడుతుందో, అట్టి ఘాతాలను మితులు అంటారు.
- 4.1 **మితిఫార్ములా:** భౌతికరాశిని దానికి సంబంధించిన ప్రాథమిక రాశుల సరియైన మితులతో సూచిస్తే దానిని భౌతికరాశి మితిఫార్ములా అంటారు.
ఉదా: వేగం మితి ఫార్ములా $[M^0L^1T^{-1}]$ (or) $M^0L^1T^{-1}$ (or) L^1T^{-1}
 M, L, T యొక్క ఘాతాలైన 0, 1, -1 లను వేగం యొక్క మితులు అంటారు.
- 4.2 **మితి సమీకరణం:** భౌతికరాశిని ఎడమ చేతివైపు, మితి ఫార్ములాను కుడిచేతి వైపు వచ్చే విధంగా భౌతికరాశిని సమీకరణంలో సూచిస్తే ఆ సమీకరణాన్ని మితి సమీకరణం అంటారు.
ఉదా : వేగం(v) = $M^0L^1T^{-1}$, త్వరణం(a) = $M^0L^1T^{-2}$.
- 4.3 **మితుల విషయంలో సజాతీయత సూత్రం :** ఒకే మితులు గల భౌతిక రాశులను సంకలనం చేయవచ్చు లేదా వ్యవకలనం చేయవచ్చు లేదా సమానం చేయవచ్చు
ఉదా : $v = u + at$ అనే సమీకరణంలో L.H.S వేగమును సూచించును. కావున R.H.S లోని పదాలైన u, at లకు వేగం యొక్క మితులు ఉండును.
- 4.4 **మితి విశ్లేషణ పద్ధతి ఉపయోగాలు :** మితి విశ్లేషణ పద్ధతిని ఉపయోగించి
1. ఒక పద్ధతిలోని ప్రమాణాలను వేరొక పద్ధతిలోకి మార్చవచ్చు.
[దీని కొరకు $n_1u_1 = n_2u_2$ సమీకరణం ఉపయోగిస్తాము]
2. ఇచ్చిన సమీకరణాలు సరైనవో, కావో తెలుసుకోవటం. ఈ పద్ధతిలో మితుల సజాతీయత సూత్రం ఉపయోగిస్తాము.
3. వివిధ భౌతిక రాశుల మధ్య సంబంధాలు తెలిపే సమీకరణాలు ఉత్పాదించవచ్చు. సామర్థ్యం (P) అను భౌతికరాశి బలం (F) మరియు వేగం (V) పైన ఆధారపడుతుందనుకుంటే $P \propto F^a V^b$ అని వ్రాయవచ్చును.
- 4.5 **'మితి విశ్లేషణ' అవధులు :**
1. మితి రహిత స్థిరాంకాలను, అనుపాత స్థిరాంకాలను మితి విశ్లేషణ ద్వారా తెలుసుకోలేము.
2. సమీకరణాలలో త్రికోణమితి, ఘాతాంక ప్రమేయాలు, సంవర్గమాన ప్రమేయాలు ఉంటే వాటిని విశ్లేషించలేము.
3. సమీకరణంలో కుడిచేతి వైపు ఉన్న రాశి, రెండు లేక అంతకంటే ఎక్కువ భౌతికరాశుల మొత్తము కాని భేదము కాని అయితే ఈ పద్ధతిని అనుసరించలేము.
4. ఇచ్చిన భౌతిక రాశి ప్రాథమిక రాశులు పొడవు, ద్రవ్యరాశి కాలంతో పాటు ఇతర ప్రాథమిక రాశులపై కూడా ఆధారపడితే మితి పద్ధతులు కష్టతరమవుతాయి.
- 4.6 **మితి స్థిరాంకాలు :** స్థిర విలువలు కలిగి మితి సూత్రములు కలిగిన రాశులను మితి స్థిరాంకాలు అంటారు.
ఉదా : ఫ్లాంక్ స్థిరాంకం, విశ్వ గురుత్వ స్థిరాంకం, విశ్వ వాయు స్థిరాంకం, బోల్ట్ మన్ స్థిరాంకము.
- 4.7 **మితి రహిత రాశులు :** కొన్ని భౌతిక రాశులకు ఎటువంటి మితులు ఉండవు. అటువంటి రాశులను మితి రహిత రాశులు అంటారు. ఒకే రాశి నిష్పత్తులు, కోణములు మరియు కొన్ని అనుపాత స్థిరాంకాలు మితి రహితాలు.
ఉదా : వికృతి, వక్రీభవన గుణకం, త్రికోణమితీయ నిష్పత్తులు, సాపేక్ష సాంద్రత.

ఒకే మితిఫార్ములాతో విభిన్న భౌతికరాశులు

బలము, భారము, తన్యత, అభిలంబ ప్రతిచర్య, ఉత్తాపం, ఘర్షణ బలం, స్థిగ్ధతాబలం : **MLT⁻²**.

పని, శక్తి, (P,E,K,E), బలభ్రామకం, బలయుగ్మం, టార్క్, ఉష్ణం : **ML²T⁻²**.

ప్రతి బలం, పీడనం, స్థితిస్థాపక గుణకం : **ML⁻¹T⁻²**.

తలతన్యత, బలస్థిరాంకం, స్ప్రింగ్ స్థిరాంకం : **ML⁰T⁻²**.

4.8 వివిధ భౌతిక రాశుల మితి ఫార్ములాలు :

సం.	భౌతిక రాశి	సూత్రం	ప్రమాణాలు	మితులు	మితిఫార్ములా
1.	పొడవు	-----	m	-----	[L]
2.	ద్రవ్యరాశి	-----	kg	-----	[M]
3.	కాలం	-----	s	-----	[T]
4.	వైశాల్యం (A)	పొడవు × వెడల్పు	m ²	[L][L]	[L ²]
5.	ఘనపరిమాణం (V)	పొడవు × వెడల్పు × ఎత్తు	m ³	[L][L][L]	[L ³]
6.	సాంద్రత (d)	ద్రవ్యరాశి / ఘ.ప.	kgm ⁻³	[M] / [L ³]	[ML ⁻³ T ⁰]
7.	పౌనఃపున్యం (v)	కంపనాలు / కాలం	s ⁻¹ or Hz	1/[T]	[T ⁻¹]
8.	స్థానభ్రంశం (s)	వేగం × కాలం	m	[L]	[L]
9.	వేగం (v)	స్థానభ్రంశం / కాలం	ms ⁻¹	[L]/[T]	[M ⁰ LT ⁻¹]
10.	కోణీయవేగం (ω)	కోణం / కాలం	rad s ⁻¹	-----	[M ⁰ L ⁰ T ⁻¹]
11.	త్వరణం (a)	వేగం / కాలం	ms ⁻²	[LT ⁻¹] / [T]	[M ⁰ LT ⁻²]
12.	రేఖీయ ద్రవ్యవేగం (p)	ద్రవ్యరాశి × వేగం	kg ms ⁻¹	[M][LT ⁻¹]	[MLT ⁻¹]
13.	కోణీయ ద్రవ్యవేగం (L)	ద్రవ్యవేగం × వ్యాసార్థం	kg m ² s ⁻¹	[MLT ⁻¹] [L]	[ML ² T ⁻¹]
14.	బలం (F)	ద్రవ్యరాశి × త్వరణం	N	[M][LT ⁻²]	[MLT ⁻²]
15.	ప్రచోదనం (J)	బలం × కాలం	Ns	[MLT ⁻²][T]	[MLT ⁻¹]
16.	టార్క్ (τ)	బలం × లంబదూరం	kgm ² s ⁻²	[MLT ⁻²][L]	[ML ² T ⁻²]
17.	పీడనం (p)	బలం / వైశాల్యం	Nm ⁻² or Pa	[MLT ⁻²]/ [L ²]	[ML ⁻¹ T ⁻²]
18.	పని (w)	బలం × స్థానభ్రంశం	J	[MLT ⁻²][L]	[ML ² T ⁻²]
19.	సామర్థ్యం (P)	పని / కాలం	W or Js ⁻¹	[ML ² T ⁻²] / [T]	[ML ² T ⁻³]
20.	గతి శక్తి (K.E)	1/2 mv ²	J	[M][LT ⁻¹] ²	[ML ² T ⁻²]
21.	స్థితి శక్తి (P.E)	mgh	J	[M][LT ⁻²][L]	[ML ² T ⁻²]
22.	ప్రతిబలం (s)	బలం / వైశాల్యం	Nm ⁻² or Pa	[MLT ⁻²] / [L ²]	[ML ⁻¹ T ⁻²]
23.	వికృతి	$\frac{\text{పొడవులో మార్పు}}{\text{అసలు పొడవు}}$	ప్రమాణాలు లేవు	-----	మితి రహితము
24.	స్థితి స్థాపక గుణకం	ప్రతిబలం / వికృతి	Nm ⁻² or Pa	[ML ⁻¹ T ⁻²]	[ML ⁻¹ T ⁻²]
25.	విశ్వగురుత్వ స్థిరాంకం(G)	$\frac{\text{బలం} \times \text{పొడవు}^2}{\text{ద్రవ్యరాశి}^2}$	N m ² kg ⁻²	$\frac{[MLT-2] \times [L]^2}{[M]^2}$	[M ⁻¹ L ³ T ⁻²]
26.	ప్లాంక్ స్థిరాంకం (h)	శక్తి / పౌనఃపున్యం	Js	[ML ² T ⁻²] / [T ⁻¹]	[ML ² T ⁻¹]
27.	తలతన్యత (T)	బలం / పొడవు	Nm ⁻¹	[MLT ⁻²] / [L]	[ML ⁰ T ⁻²]
28.	విశిష్టోష్ణం (s)	$\frac{\text{శక్తి}}{\text{ద్రవ్యరాశి} \times \text{ఉష్ణోగ్రత}}$	J/kg/K	$\frac{[ML^2T^{-2}]}{[M][K]}$	[L ² T ⁻² K ⁻¹]
29.	సాపేక్ష సాంద్రత	$\frac{\text{గాలిలో సాంద్రత}}{\text{నీటి సాంద్రత}}$	ప్రమాణాలు లేవు	-----	మితి రహితము
30.	సమతల కోణం (θ)	$\frac{\text{చాపం పొడవు}}{\text{వ్యాసార్థం}}$	rad	-----	మితి రహితము

కాలత

- 1.0** భౌతిక శాస్త్ర అధ్యయనంలో భౌతిక రాశుల యొక్క ఖచ్చితమైన కొలతలు, విలువలను అందించడమనేది తేలికైన పనికాదు. ఆ విధంగా చేయానికి నాలుగు అంశాలను పరిగణలోనికి తీసుకోవాలి. i) కొలత తీసుకున్న విలువల యదార్థత & ఖచ్చితత్వం. ii) కొలతలలో గుప్తంగా ఉన్న 'అనిశ్చితత్వం' అనే దోషాలు. iii) సేకరించిన విలువలలో సార్థక సంఖ్యలు. iv) కావలసిన యదార్థతకు కొలతల సంఖ్యలను సవరించడం.
- 1.1 యదార్థత & ఖచ్చితత్వం :** ఒక బంగారపు ఉంగరం భారం 5.000 గ్రామ్. అనగా దాని యదార్థమైన విలువ 5.000 గ్రామ్. 'A' అనే వ్యక్తి దాని భారం కొలతను 5.001 గ్రామ్ కొలతగా గుర్తించాడు. ఈ విలువ యదార్థమైన విలువకు దగ్గరగా ఉంది. కావున ఈ కొలత యొక్క విలువ 'యదార్థమైనది' అంటారు. 'B' అనే వ్యక్తి రెండు కొలతలను తీసుకొని 4.956 గ్రా మరియు 4.959 గ్రా. గుర్తించాడు. ఈ రెండు విలువలు ఒకదానికొకటి దగ్గరగా ఉన్నాయి. కాని నిజవిలువకు దూరంగా ఉన్నవి. కావున ఈ విలువలు ఎక్కువ ఖచ్చితత్వం మరియు స్వల్ప యదార్థత కలిగి ఉన్నాయి. 'C' అనే మరొకవ్యక్తి మూడు కొలతలను తీసుకొని 4.945 గ్రా, 5.029 గ్రా మరియు 4.999 గ్రాములుగా గుర్తించాడు. ఇందులో మొదటి రెండు విలువలు యదార్థత కలిగి లేవు మరియు దగ్గరగాను లేవు. అందువలన ఈ రెండు విలువలు యదార్థత మరియు ఖచ్చితత్వం రెండింటినీ కలిగి లేవు. కాని మూడవ విలువ చాలా యదార్థమైనది. కావున కొలిచిన విలువకు నిజవిలువ మరింత దగ్గరగా ఉండటాన్ని 'యదార్థత' అంటారు. కొలతకు సంబంధించిన దోషాలను తగ్గించడంవలన ఎక్కువ యదార్థత కలిగిన విలువలు వచ్చును.
- వివిధ పరిశీలనలకు సంబంధించిన కొలతలు బాగా దగ్గరగా ఉంటే దానినే 'ఖచ్చితత్వం' అంటారు.
- 2.1 దోషాలు :** భౌతిక రాశుల కొలతలను తీసుకునేటప్పుడు కొలతలలో అంతర్గతంగా ఉండే అనిశ్చితత్వాన్ని దోషం అంటారు. వీటిని మూడు రకాలుగా వర్గీకరించారు. క్రమదోషాలు, యాదృచ్ఛిక దోషాలు, స్థూలదోషాలు.
- a) క్రమదోషాలు:** నిర్దిష్టమైన కారణం వలన ఈ దోషాలు ఏర్పడతాయి. ఈ దోషాలను నివారించవచ్చు లేదా తగ్గించవచ్చు. క్రమదోషాలను క్రింది విధంగా తగ్గించవచ్చు. i) అధిక పుధిక్రమణమును కలిగిన మేలైన పరికరాలను ఎన్నుకోవడం. ii) వ్యక్తిగతమైన మొగ్గుదల లేకుండా ఉండటానికి సాధ్యమైనంత జాగ్రత్తపడటం. iii) ప్రయోగ విధాన కౌశలాలను మరింతగా మెరుగుపరుచుకోవడం.
- ఎల్లప్పుడూ ఒకేదిశలో వచ్చే దోషాలు క్రమదోషాలు, ఇవి ఉంటే ఎప్పుడూ ధనాత్మకంగానే ఉంటాయి లేదా ఋణాత్మకంగానే ఉంటాయి. క్రమదోషాలు ప్రధానంగా మూడు రకాలు.
- i) స్థిరదోషాలు :** ఇవి ఎల్లప్పుడూ స్థిరంగా ఉంటాయి. పరికరం యొక్క శూన్యాంశదోషం లేదా పరికరం యొక్క అసమగ్రమైన రూపకల్పన వలన ఈ దోషాలు ఏర్పడతాయి.
- ii) పరిసరసంబంధిత దోషాలు :** ఇవి బాహ్య ఉష్ణోగ్రత, పీడనాలలో మార్పుల వలన ఏర్పడే దోషాలు.
- iii) ప్రయోగపద్ధతిలోని అసమగ్రత వలన దోషాలు :** ఉదాహరణకు ధర్మామీటరును చంకలో ఉంచి తీసుకున్న ఉష్ణోగ్రత విలువ, శరీరం యొక్క అసలు ఉష్ణోగ్రత కంటే ఎప్పుడు తక్కువగానే ఉంటుంది.
- iv) వ్యక్తిగతదోషాలు :** ఈ రకమైన దోషాలు, ప్రయోగం చేస్తున్నవ్యక్తి పరికరాలను సక్రమంగా అమర్చడంలో లోపం, పరిశీలనలు తీసుకోవడంలో నిర్లక్ష్యం వలన ఏర్పడతాయి.
- b) యాదృచ్ఛిక దోషాలు :** ప్రయోగ పరిస్థితులలో వచ్చే యాదృచ్ఛిక మార్పులవలన ఏర్పడే, ముందుగా ఊహించి చెప్పలేని మరియు నియంత్రించలేని దోషాలను యాదృచ్ఛిక దోషాలు అంటారు. ఈ దోషాలు ఒక్కోసారి పెరుగుతూ మరోసారి తగ్గుతూ, యాదృచ్ఛికంగా మారిపోతూ ఉంటాయి.
- ఉదా||** ఓల్ట్రా సెన్సయివ్ క్రమరహితంగా, అకస్మాత్తుగా వచ్చే మార్పులు.
- c) స్థూలదోషాలు:** పరిశీలకుని అశ్రద్ధ, నిర్లక్ష్యం వలన ప్రయోగంలో వచ్చే పొరబాట్ల వలన ఏర్పడే దోషాలను స్థూలదోషాలు అంటారు. అవసరమైన జాగ్రత్తలు అన్ని తీసుకోవడం ద్వారా స్థూలదోషాలను కనిష్టస్థాయికి తగ్గించవచ్చు.

2.2 దోషాలకు సంబంధించి కొన్ని భావనలు : i) అంకమధ్యమము ii) పరమదోషం iii) మధ్యమపరమదోషం
iv) సాపేక్షదోషం v) దోషశాతం vi) అంకగణితంలో దోషాలు (సంకలనం, వ్యవకలనం, గుణకారం లేదా భాగహారం).

i) అంకమధ్యమము : పరిశీలన యొక్క విలువలు $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ వరుసగా అనుకుందాం. ఈ విలువల యొక్క అంకమధ్యమం సగటు నే మనం ఆ భౌతిక రాశి యొక్క నిజమైన విలువగా తీసుకుంటాం.

$$\text{సగటు } (a_{\text{mean}}) = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}$$

అంటే అంకమధ్యమము సగటు (a_{mean}) ను భౌతికరాశి నిజవిలువగా తీసుకుంటాం.

ii) పరమదోషం : మనం కొలిచిన భౌతికరాశి యొక్క నిజమైన విలువకు (a_{mean}), వ్యక్తిగత కొలత యొక్క విలువకు గల తేడా యొక్క పరిమాణాన్ని ఆ కొలత యొక్క పరమదోషం అంటారు.

పరమదోషం = నిజమైన విలువ - కొలిచిన విలువ

పరమదోషం అనేది ఎప్పుడూ ధనాత్మకమే.

$$|\Delta a_1| = |a_{\text{mean}} - a_1|, |\Delta a_2| = |a_{\text{mean}} - a_2|, \dots, |\Delta a_n| = |a_{\text{mean}} - a_n|$$

iii) మధ్యమ పరమ దోషం : మనం పరిశీలిస్తున్న భౌతికరాశి విలువలకు సంబంధించి, పరమదోషాలు అన్నింటి యొక్క అంకమధ్యమాన్ని మధ్యమ పరమదోషం అంటారు.

$$\text{మధ్యమ పరమదోషం సగటు } \Delta a_{\text{mean}} = \frac{|\Delta a_1| + |\Delta a_2| + \dots + |\Delta a_n|}{n}$$

iv) సాపేక్ష దోషం : ఒక భౌతిక రాశికి సంబంధించి, దాని మధ్యమ పరమ దోషానికి (Δa_{mean}) అంకమధ్యమం (a_{mean}) కు గల నిష్పత్తియే ఆ భౌతిక రాశి యొక్క సాపేక్ష దోషం లేదా అనుపాత దోషం అంటారు.

$$\text{సాపేక్ష దోషం} = \frac{\Delta a_{\text{mean}}}{a_{\text{mean}}}$$

v) దోషం శాతం: సాపేక్ష దోషాన్ని వంద (100) చేత గుణించి శాతం రూపంలో (%) ప్రకటిస్తే దానినే దోషశాతం అంటారు.

$$\text{దోషశాతం } \delta a = \left(\frac{\Delta a_{\text{mean}}}{a_{\text{mean}}} \times 100 \right) \quad (\text{దీనిని \% తో గుణించవచ్చు?})$$

vi) అంక గణనలలోని దోషాలు :

a) $x = a+b$ అయితే x లోని దోషం $\Delta x = \Delta a + \Delta b$

b) $x = a-b$ అయితే x లోని దోషం $\Delta x = \Delta a + \Delta b$

c) $x = ab$ అయితే x లో సాపేక్ష దోషం $\frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}$

d) $x = \frac{a}{b}$ అయితే x లో గరిష్ట సాపేక్ష దోషం $\frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}$

e) $x = a^n$ అయితే x లో సాపేక్ష దోషం $\frac{\Delta x}{x} = n \left(\frac{\Delta a}{a} \right)$

f) $x = \frac{a^p b^q}{c^r} = a^p b^q c^{-r}$ అయితే x లో గరిష్ట సాపేక్ష దోషం $\frac{\Delta x}{x} = p \left(\frac{\Delta a}{a} \right) + q \left(\frac{\Delta b}{b} \right) + r \left(\frac{\Delta c}{c} \right)$

3.1 సార్థక సంఖ్యలు మరియు సార్థకసంఖ్యలలో ఉండే అంకెలు : కొలతలన్నింటిలోను దోషముంటుంది. ఒక కొలత యొక్క ఫలితాన్ని తెలియజేసేటపుడు ఆ కొలత సాధ్యమైనంత వరకు ఎక్కువ యదార్థత, ఖచ్చితత్వం కలిగి ఉండాలి. దీని కొరకు సార్థక సంఖ్యలను ప్రవేశపెట్టారు. తుది విలువలను సార్థకసంఖ్యలతో కాని, సార్థక అంకెలతో గాని తెలియజేస్తాము. అనిశ్చితమైన అంకెలతోబాటు సార్థకసంఖ్యలు ఆధారపడదగిన అంకెలను కలిగిఉంటాయి. అనిశ్చితమైన అంకెలు ఆధారపడదగినవి కావు. అయినప్పటికీ కొలత యొక్క మొత్తం విలువను తెలుసుకోవటానికి ఉపయోగపడతాయి.

ఒక కొలతను సూచించే సంఖ్యలో నిశ్చయంగా తెలిసిన అంకెలు, వాటికి తోడు అదనంగా అంచనా ప్రకారం చేర్చిన అంకె వీటన్నింటినీ కలిపి సార్థక సంఖ్యలు అంటారు.

కనుక సార్థక సంఖ్యలో నిశ్చయంగా తెలిసిన అంకె మాత్రమే ఆధారపడదగినవి, కాని చివర చేర్చినది ఆధారపడదగినది కాదు. చివరి అంకెకు 1 చేర్చడం ద్వారా అనిశ్చితత్వాన్ని తొలగించవచ్చు.

కొలిచిన భౌతికరాశి యొక్క సార్థకసంఖ్యలలో ఉండే అంకెలు మొత్తం ఎక్కువ యదార్థత మరియు ఖచ్చితత్వం కలిగి ఉంటాయి.

3.2 సార్థక సంఖ్యల అంకెలను నిర్ణయించే నియమాలు :

a) దశాంశ బిందువుతో నిమిత్తం లేకుండా ఇచ్చిన సంఖ్యలోని అన్ని శూన్యేతర అంకెలు సార్థకాలైనవే.

ఉదా : 18452 లేదా 1845.2, 184.52 లేదా 18.452 లేదా 1.8452 అన్నీ కూడా ఐదు సార్థక అంకెలను కలిగి ఉన్నాయి.

b) దశాంశ బిందువుతో నిమిత్తం లేకుండా రెండు శూన్యేతర అంకెల మధ్యనుండే సున్నాలు అన్నీ కూడా సార్థకములైనవే.

ఉదా : 100001, 10.2003, 106.008, 1.06008, 106078 లలోని సార్థక అంకెలు 6.

c) సంఖ్య విలువ ఒకటి కంటే తక్కువగా ఉన్నప్పుడు, దశాంశ బిందువుకు కుడి వైపున మరియు మొదటి శూన్యేతర అంకెకు ఎడమవైపున ఉండేవి ఏవి కూడా సార్థకాలు కావు. [TS 18]

ఉదా 1 : 0.002308 కు సార్థక అంకెల సంఖ్య '4' మాత్రమే.

ఉదా 2 : 0.07 లో సార్థక అంకెల సంఖ్య 1.

d) దశాంశ బిందువుకు ముందు వ్రాసే సున్ను సార్థకము కాదు.

ఉదా : 0.143 cm, 0.00143 cm లో సార్థక సంఖ్యల అంకెలు 3

e) దశాంశ బిందువు తరువాత చివరి శూన్యేతర అంకెకు కుడివైపున ఉన్న సున్నాలు సార్థకాలు అవుతాయి.

ఉదా : 1) 0.200 సార్థక సంఖ్యలో గల అంకెలు 3.

2) 5.00 సెం.మీ, 5.10 సెం.మీ, 50.0 సెం.మీ సార్థక సంఖ్యలలో అంకెలు 3.

3) 0.056000 సెం.మీ సార్థక సంఖ్యలో అంకెలు 5.

గమనిక : దశాంశ బిందువులేని సంఖ్య విషయంలో చివరి శూన్యేతర అంకెకు కుడి ప్రక్కన ఉన్న సున్నాలు ఏవీ సార్థకాలు కావు.

ఉదా : 200 లో సార్థక సంఖ్యలలో అంకెలు 1 ($200 = 2 \times 10^2$)

200 లో సార్థక సంఖ్యలలో అంకెలు 3 ($200 = 2.00 \times 10^2$)

తెలుసా?

లెక్క పెట్టగలిగే వస్తువులకు ఉండే సార్థక సంఖ్యల సంఖ్య అనంతం

ఉదా : 5 పెన్నులు ($5 = 5.0 = 5.00 = 5.000000$ etc)

4.1 అనిశ్చిత అంకెలను సవరించడం : సార్ధకం కానటువంటి అంకెలను వదిలిపెట్టి కావలసిన సార్ధక సంఖ్యల వరకు మాత్రమే పరిమితం అవుతూ, చివరి సార్ధక అంకెకు అవసరమైన మార్పులను చేయడమే ఆ సంఖ్యను సవరించడం అంటారు.

ఉదా : కాంతి వేగం విలువ 2.99792458×10^8 మీ/సె ను సవరించగా 3×10^8 మీ/సె వస్తుంది.

4.2 సంఖ్యలను సవరించడంలో పాటించవలసిన నియమాలు :

నియమం 1: సవరించదలచిన అంకె, చివరి లేదా కుడివైపు చివరిగా ఉన్న అంకె గనుక అయిదు కంటే ఎక్కువగా ఉంటే దాని ముందున్న అంకెకు ఒకటి కలపవలెను.

ఉదా : 1.249 ను 9 తీసివేసి సవరించగా 1.25 వచ్చును.

1.3161 ను 3 సార్ధక సంఖ్యలకు సవరించగా 1.32 వచ్చును.

4728 ను 3 సార్ధక సంఖ్యలకు సవరించగా 4730 వచ్చును.

నియమం 2 : సవరించదలచిన అంకె, చివరి లేదా కుడివైపు చివరిగా ఉన్న అంకె గనుక అయిదు కంటే తక్కువగా ఉంటే దాని ముందున్న అంకెకు ఏమీ మార్పు చెయ్యకుండా అట్లాగే ఉంచాలి.

ఉదా : 5.234 లో 4 ను తీసివేసి సవరించగా 5.23 అవుతుంది.

1.2143 ను 2 దశాంశ స్థానాలకు సవరించగా 1.21.

నియమం 3 : సవరించదలచిన అంకె, చివరి లేదా కుడివైపు చివరిగా ఉన్న అంకె గనుక అయిదు అయితే

a) మనం వదలిపెట్టవలసిన 5 కి ముందున్న అంకె సరిసంఖ్య అయితే ఏ మార్పు చెయ్యకుండా అట్లాగే ఉంచాలి.

ఉదా : 4.7258 ను 2 దశాంశ స్థానాలకు సవరించగా 4.72.

b) మనం వదలిపెట్టవలసిన 5 కి ముందున్న అంకె కనుక బేసి అంకె అయితే దానికి 1 కలపాలి.

ఉదా : 4.7158 ను 2 దశాంశ స్థానాలకు సవరించగా 4.72 వచ్చును.

4.3 సార్ధక సంఖ్యలతో కూడిన అంకగణిత ప్రక్రియలకు సంబంధించి నియమాలు :

1) కూడికలో కానీ తీసివేతలో కానీ మొదట్లో ఉండే సంఖ్యలలో కనిష్ట దశాంశ స్థానాలు కలిగి ఉన్న సంఖ్యలో ఎన్ని దశాంశ స్థానాలున్నాయో దానిని మాత్రమే తుది ఫలితంలో ఉంచాలి. అంతకంటే ఎక్కువ దశాంశ స్థానాలు తుది ఫలితంలో ఉండకూడదు.

పద్ధతి : ముందుగా ఇచ్చిన అంకెలన్నింటి యొక్క దశాంశ స్థానాలలో కనిష్ట సంఖ్యను n గా గుర్తించాలి. అప్పుడు మిగిలిన అంకెలను $(n+1)$ దశాంశ స్థానాలకు సవరించాలి. అంకగణిత ప్రక్రియలను పూర్తిచేయాలి. చివరి ఫలితాన్ని n దశాంశ స్థానాలకు సవరించాలి .

ఉదా 1 : $44.8 - 21.235$ విలువను కనుగొందాం.

ఇచ్చిన సంఖ్యలలో దశాంశ స్థానాలలోని కనిష్ట సంఖ్య 1.

$\therefore 44.8 - 21.235 = 44.80 - 21.24 = 23.56$. తుదకు 23.56 ను 23.6 గా సవరించవలెను.

ఉదా 2 : $12.11 + 18.0 + 1.012$ విలువను కనుగొందాం.

ఇచ్చిన సంఖ్యల మొత్తం 31.122. కాని 18.0 లో దశాంశ స్థానం తరువాత ఒక అంకె మాత్రమే ఉంది కావున చివరి ఫలితంలో దశాంశ స్థానం తరువాత ఒక అంకె మాత్రమే పరిగణించాలి. కావున సవరించిన సంఖ్య 31.1 అగును.

2) గుణకారంలో కానీ లేదా భాగహారంలో కానీ మొదట్లో విడివిడిగా ఉండే అంక సంఖ్యలన్నింటిలోను కనిష్ట సార్ధక సంఖ్యలున్న సంఖ్యలో ఎన్ని సార్ధక సంఖ్యలున్నాయో అన్నింటిని మాత్రమే తుది ఫలితంలో అట్టే పెట్టుకోవాలి. తుది ఫలితంలో అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యలో సార్ధక సంఖ్యలుండకూడదు.

ఉదా : 2.5×1.25 విలువను కనుగొంటే 3.125 వస్తుంది. కానీ 2.5 లో రెండు సార్ధక సంఖ్యలు ఉన్నవి. కావున తుది ఫలితం కూడా రెండు సంఖ్యలను మించ కూడదు. కావున తుది ఫలితం 3.1