2A (TM)

Previous IPE

SOLVED PAPERS

MARCH-2020 (AP)

PREVIOUS PAPERS

IPE: MARCH-2020(AP)

Time : 3 Hours **మ్యాథ్స్-2A** Max.Marks : 75

సెక్షన్-ఎ

I. క్రింది అన్ని అతిస్వల్ప సమాధాన ప్రశ్నలకు సమాధానం వ్రాయండి: 10 × 2 = 20

1. $(2-3i)(3+4i)$ అనే సంకీర్ణ సంఖ్యను A+iB రూపంలో వ్రాయుము. 2. $-\sqrt{3}+i$ ను మాప అయామ రూపంలో చూపండి.
3. $x^2+x+1=0$ సమీకరణము యొక్క మూలాలు α,β లు $\alpha^4+\beta^4+\alpha^{-1}\beta^{-1}=0$ అనిచూపండి.
4. మూలాల మొత్తము 7 మరియు మూలాల వర్గాల మొత్తము 25 గా గల వర్గ సమీకరణము కనుగొనుము.
5. $4x^3+16x^2-9x-a=0$ సమీకరణం మూలాల లబ్ధం 9 అయితే, a ని కనుక్కోండి.
6. ${}^nP_7 = 42.\,{}^nP_5$ అయిన n కనుగొనుము.
7. 1080 యొక్క సానుకూల విభజనల సంఖ్యను కనుగొనుము.
8. $(1+x)^{22}$ విస్తరణలో గరిష్ఠ ద్విపదగుణకం ${}^{22}C_r$ అయితే ${}^{13}C_r$ విలువ కనుగొనుము.
9. 3,6,10,4,9,10 అనే దత్తాంశానికి మధ్యమం నుంచి మధ్యమ విచలనాన్ని కనుక్కోండి.
10. సగటు 6 మరియు విస్తృతి 2 గా గల ద్విపద విభాజనంలోని మొదటి రెండు పదాలు కనుగొనుము.

సెక్షన్-బి

II. క్రింది వాటిలో ఏవేని ఐదు స్వల్పసమాధాన ప్రశ్నలకు సమాధానం వ్రాయండి. 5 × 4 = 20

11. ఆర్గాండ్ తలంలో $-,\frac{-3}{2}+\frac{1}{2}i, 4-3i, \frac{7}{2}(1+i)$ అనే సంకీర్ణ సంఖ్యలు సూచించే బిందువులు ఒక రాంబస్‌ను ఏర్పర్చునని చూపుము.
12. ప్రతి $x \in R$ నకు $\frac{x^2+x+1}{x^2-x+1}$ సమాసపు వ్యాప్తి కనుగొనుము.
13. MASTER అనే పదంలోని అక్షరాలతో ఏర్పడే పదాలన్నింటినీ నిఘంటువులోని క్రమంలో అమరిస్తే, MASTER పదం కోటిని కనుక్కోండి.
14. $3 \le r \le n$ కు ${}^{(n-3)}C_r + 3.{}^{(n-3)}C_{r-1} + 3.{}^{(n-3)}C_{r-2} + {}^{(n-3)}C_{r-3} = {}^nC_r$ అని చూపండి.
15. $\frac{x^2-3}{(x+2)(x^2+1)}$ ను పాక్షికభిన్నాలుగా విడగొట్టండి.
16. ఒక కాంట్రాక్టరు రోడ్డు కాంట్రాక్టును పొందే సంభావ్యత 2/3, భవనం కాంట్రాక్టును పొందే సంభావ్యత 5/9. కనీసం ఒక కాంట్రాక్టునైనా పొందే సంభావ్యత 4/5. అతడు రెండు కాంట్రాక్టులనూ పొందే సంభావ్యతను కనుక్కోండి.
17. A, B లు స్వతంత్ర ఘటనలు మరియు $P(A)=0.2, P(B)=0.5$, అయిన (i) $P(A/B)$ (ii) $P(B/A)$ (iii) $P(A\cap B)$ (iv) $P(A\cup B)$ కనుగొనుము.

సెక్షన్-సి

III. క్రింది వాటిలో ఏవేని ఐదు దీర్ఘసమాధాన ప్రశ్నలకు సమాధానం వ్రాయండి. 5 × 7 = 35

18. $\cos\alpha+\cos\beta+\cos\gamma=0=\sin\alpha+\sin\beta+\sin\gamma$, అయిన $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=3/2=\sin^2\alpha+\sin^2\beta+\sin^2\gamma$ అని చూపండి.
19. $4x^3-24x^2+23x+18=0$ మూలాలు అంకశ్రేఢిలో ఉంటే వాటిని కనుగొనుము.
20. $(7+4\sqrt{3})^n = I+f$, I, n లు ధనపూర్ణాంకాలు, $0<F<1$, అయితే (i) I ఒక బేసిపూర్ణాంకం అనీ (ii) $(I+F)(1-F)=1$ అని చూపండి.
21. $1+\frac{1}{3}+\frac{1.3}{3.6}+\frac{1.3.5}{3.6.9}+....$ శ్రేణి మొత్తము కనుగొనుము.
22. ఈ కింది అవిచ్ఛిన్న పౌనఃపున్య విభాజనానికి విస్తృతి, ప్రామాణిక విచలనాలను గణనం చేయండి.

x_i	4	8	11	17	20	24	32
f_i	3	5	9	5	4	3	1

23. బేయీ సిద్ధాంతం ప్రవచించి, నిరూపించండి.
24. ఒక యాదృచ్ఛిక చలరాశి X వ్యాప్తి {0,1,2}మరియు $P(X=0)=3c^3$, $P(X=1)=4c-10c^2$, $P(X=2)=5c-1$ ఇక్కడ 'c' స్థిరము అని ఇస్తే (i) c (ii) $P(0<x<3)$ (iii) $P(1<x\le2)$ (iv) $P(x<1)$ లను కనుక్కోండి.

BABY BULLET-Q

IPE AP MARCH-2020
SOLUTIONS

సెక్షన్-ఎ

1. (3+4i)(2–3i)యొక్క సంయుగ్మాన్ని కనుగొనుము.

Sol: $(3+4i)(2-3i) = 3(2)-3(3i)+4i(2)-4i(3i) = 6-9i+8i+12$ $[\because i^2 = -1]$

$= 18-i$

$\therefore$ 18–i యొక్క సంయుగ్మం 18+i

---

2. $-\sqrt{3}+i$ ను మాప ఆయామ రూపంలో చూపండి.

Sol: $-\sqrt{3}+i = x+iy. \Rightarrow x = -\sqrt{3}, y = 1$

$\therefore r = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{(-\sqrt{3})^2+(1)^2} = \sqrt{3+1} = \sqrt{4} = 2$

ఇప్పుడు $\theta = \mathrm{Tan}^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) = \mathrm{Tan}^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{5\pi}{6}$ $[Q\ (-\sqrt{3},1) \in Q_2]$

$\therefore$ మాప ఆయామ రూపం $r(\cos\theta + i\sin\theta) = 2\left(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$]

---

3. $x^2+x+1=0$ సమీకరణము యొక్క మూలాలు α,β లు $\alpha^4+\beta^4+\alpha^{-1}\beta^{-1}=0$ అని చూపండి.

Sol: α,βలు 1 యొక్క ఘనమూలాలు అయితే $\alpha=\omega, \beta=\omega^2$.

$\therefore \alpha^4+\beta^4+\alpha^{-1}\beta^{-1} = \omega^4+\omega^8+\omega^{-1}.\omega^{-2} = \omega^3.\omega+(\omega^3)^2\omega^2+\frac{1}{\omega^3} = \omega+\omega^2+1 = 0$

---

4. మూలాల మొత్తము 7 మరియు మూలాల వర్గాల మొత్తము 25 గా గల వర్గ సమీకరణము కనుగొనుము.

Sol: కావలసిన సమీకరణం యొక్క మూలాలు α,β అనుకొనుము.

దత్తాంశం నుండి $\alpha+\beta=7$ మరియు $\alpha^2+\beta^2=25$

ఇప్పుడు, $\alpha+\beta=7 \Rightarrow (\alpha+\beta)^2 = 7^2 \Rightarrow (\alpha^2+\beta^2)+2\alpha\beta = 7^2 \Rightarrow 25+2\alpha\beta = 49$

$\Rightarrow 2\alpha\beta = 24 \Rightarrow \alpha\beta = 12$

$\therefore$ α,β లు మూలాలుగా కలిగిన కావలసిన సమీకరణం $x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta=0$

$\Rightarrow x^2-7(x)+12=0 \Rightarrow x^2-7x+12=0$

BABY BULLET-Q

5. **$4x^3+16x^2-9x-a=0$ సమీకరణం మూలాల లబ్ధం 9 అయితే, a కనుక్కోండి.**

Sol: ఇచ్చిన సమీకరణం నుండి $a_0=4, a_1=16, a_2=-9, a_3=-a$

మూలాల లబ్ధం 9 $\Rightarrow S_3=-\frac{a_3}{a_0}=9 \Rightarrow \frac{a}{4}=9 \Rightarrow a=4\times 9=36$

---

6. **$^nP_7 = 42.\ ^nP_5$ అయిన n ను కనుగొనుము.**

Sol: దత్తాంశం నుండి $^nP_7=42.\ ^nP_5 \Rightarrow \frac{^nP_7}{^nP_5}=\frac{42}{1}$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}=\frac{42}{1}$$

$\Rightarrow (n-5)(n-6)=42 \Rightarrow (n-5)(n-6)=7\times 6$

$\Rightarrow n-5=7 \Rightarrow n=12$

---

7. **1080 కు ధనభాజకాల సంఖ్యను కనుగొనుము.**

Sol : $1080=108\times 10=(2\times 54)\times(2\times 5)$

$=(2\times 2\times 27)\times(2\times 5)$

$=(2\times 2\times 3\times 9)\times(2\times 5)=2^3\times 3^3\times 5^1$

$\therefore$ ధనభాజకాల సంఖ్య $=(3+1)(3+1)(1+1)=4\times 4\times 2=32.$

---

8. **$(1+x)^{22}$ విస్తరణలో గరిష్ఠ ద్విపదగుణకం $^{22}C_r$ అయితే $^{13}C_r$ విలువ కనుగొనుము.**

Sol: ద్విపదఘాతము n=22 సరి సంఖ్య.

$\therefore$ గరిష్ఠ ద్విపద గుణకం $^nC_{\frac{n}{2}}={}^{22}C_{\frac{22}{2}}={}^{22}C_{11}$

ఇప్పుడు $^{22}C_r={}^{22}C_{11} \Rightarrow r=11$

$\therefore {}^{13}C_r={}^{13}C_{11}={}^{13}C_2=\frac{13\times 12}{2\times 1}=78$

BABY BULLET-Q

9. 3,6,10,4,9,10 అనే దత్తాంశానికి మధ్యమం నుంచి మధ్యమ విచలనాన్ని కనుక్కోండి.

Sol: ఇచ్చిన దత్తాంశం: 3,6,10,4,9,10. ఇక్కడ n= 6

అంకమధ్యమం $\bar{x} = \dfrac{3+6+10+4+9+10}{6} = \dfrac{42}{6} = 7$

అంకమధ్యమం నుంచి పరిశీలనల విచలనాలు:

3–7 = –4; 6–7 = –1; 10–7=3; 4 –7= –3; 9–7=2; 10–7=3

కావున విచలనాల పరమ మూల్యాలు: 4, 1, 3, 3, 2 3

∴ అంకమధ్యమం నుంచి మధ్యమ విచలనం

$$\text{M.D.} = \frac{\Sigma|x_i - \bar{x}|}{6} = \frac{4+1+3+3+2+3}{6} = \frac{16}{6} = 2.67$$

---

10. సగటు 6 మరియు విస్తృతి 2 గా గల ద్విపద విభాజనంలోని మొదటి రెండు పదాలు కనుగొనుము.

Sol: దత్తాంశం నుండి అంకమధ్యమం np = 6, విస్తృతి npq = 2

$$\therefore (np)q = 2 \Rightarrow 6(q) = 2 \Rightarrow q = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow p = 1 - q = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$np = 6 \Rightarrow n.\frac{2}{3} = 6 \Rightarrow n = \frac{18}{2} = 9 \qquad \therefore n = 9, q = \frac{1}{3} \text{ and } p = \frac{2}{3}$$

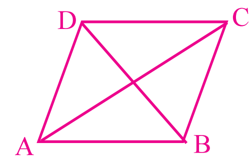
(i) $P(X=0) = {}^9C_0\left(\frac{1}{3}\right)^9 = \frac{1}{3^9}$;

(ii) $P(X=1) = {}^9C_1\left(\frac{1}{3}\right)^8\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3^7}$

BABY BULLET-Q

సెక్షన్-బి

11. **ఆర్గాండ్ తలంలో $-2+7i, \frac{-3}{2}+\frac{1}{2}i, 4-3i, \frac{7}{2}(1+i)$ అనే సంకీర్ణ సంఖ్యలు సూచించే బిందువులు ఒక రాంబస్‌ను ఏర్పర్చునని చూపుము.**



Sol: ఇచ్చిన బిందువులు $A(-2,7), B\left(-\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right), C(4,-3); D\left(\frac{7}{2},\frac{7}{2}\right)$

$$AB=\sqrt{\left(-2+\frac{3}{2}\right)^2+\left(7-\frac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{13}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{169}{4}}=\frac{\sqrt{170}}{2}$$

$$BC=\sqrt{\left(4+\frac{3}{2}\right)^2+\left(-3-\frac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{11}{2}\right)^2+\left(\frac{-7}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{121}{4}+\frac{49}{4}}=\frac{\sqrt{170}}{2}$$

$$CD=\sqrt{\left(4-\frac{7}{2}\right)^2+\left(-3-\frac{7}{2}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{-13}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{169}{4}}=\frac{\sqrt{170}}{2}$$

$$DA=\sqrt{\left(\frac{7}{2}+2\right)^2+\left(\frac{7}{2}-7\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{11}{2}\right)^2+\left(\frac{-7}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{121}{4}+\frac{49}{4}}=\frac{\sqrt{170}}{2}$$

$$AC=\sqrt{(4+2)^2+(-3-7)^2}=\sqrt{6^2+(-10)^2}=\sqrt{36+100}=\sqrt{136}$$

$$BD=\sqrt{\left(\frac{7}{2}+\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{7}{2}-\frac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2+\left(\frac{6}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{100}{4}+\frac{36}{4}}=\frac{\sqrt{136}}{2}$$

కావున, AB, BC,CD, DA అనే నాలుగు భుజాలు సమానం.

AC, BD అనే రెండు కర్ణాలు అసమానం.

$\therefore$ A, B, C, D లు ఒక రాంబస్‌ను ఏర్పర్చును.

BABY BULLET Q

12. $\frac{x^2+x+1}{x^2-x+1}$ **యొక్క వ్యాప్తిని కనుగొనుము**

Sol: $y=\frac{x^2+x+1}{x^2-x+1} \Rightarrow y(x^2-x+1)=x^2+x+1 \Rightarrow yx^2-yx+y=x^2+x+1$

$\Rightarrow yx^2-x^2-yx-x+y-1=0$

$\Rightarrow x^2(y-1)-x(y+1)+(y-1)=0$

$\Rightarrow (y-1)x^2-(y+1)x+(y-1)=0$..........(1)

(1) x లో వర్గసమీకరణం మరియు దాని మూలాలు వాస్తవం.

$\therefore \Delta=b^2-4ac\geq 0 \Rightarrow (y+1)^2-4(y-1)^2\geq 0 \Rightarrow (y+1)^2-(2y-2)^2\geq 0$

$\Rightarrow (y+1+2y-2)(y+1)-(2y-2)\geq 0$ $\quad [\because a^2-b^2=(a+b)(a-b)]$

$\Rightarrow (3y-1)(3-y)\geq 0 \Rightarrow (3y-1)(y-3)\leq 0$

$\Rightarrow y\in\left[\frac{1}{3},3\right]$ $\quad \therefore$ వ్యాప్తి$=\left[\frac{1}{3},3\right]$

---

13. MASTER అనే పదంలోని అక్షరాలతో ఏర్పడే పదాలన్నింటినీ నిఘంటువులోని క్రమంలో అమరిస్తే, MASTER పదం కోటిని కనుక్కోండి.

Sol : MASTER అనే పదములోని అక్షరాల నిఘంటువు యొక్క క్రమం

A,E,M,R,S,T

A తో మొదలయ్యే పదాల సంఖ్య – – – – – – = 5! = 120

E తో మొదలయ్యే పదాల సంఖ్య – – – – – – = 5! = 120

MAE తో మొదలయ్యే పదాల సంఖ్య – – – = 3! = 6

MAR తో మొదలయ్యే పదాల సంఖ్య – – – = 3! = 6

MASE తో మొదలయ్యే పదాల సంఖ్య – – = 2! = 2

MASR తో మొదలయ్యే పదాల సంఖ్య – – = 2! = 2

తర్వాత పదం MASTER = 1! = 1

$\therefore$ MASTER అనే పదం యొక్క కోటి = 2(120) + 2(6) + 2(2) + 1

= 240 + 12 + 4 + 1 = 257

BABY BULLET-Q

14. $3 \le r \le n$ కు ${}^{(n-3)}C_r + 3.{}^{(n-3)}C_{r-1} + 3.{}^{(n-3)}C_{r-2} + {}^{(n-3)}C_{r-3} = {}^{n}C_r$ అని నిరూపించండి.

Sol: ${}^{n}C_r + {}^{n}C_{r-1} = {}^{(n+1)}C_r$ అని మనకు తెలుసు.

$L.H.S = {}^{(n-3)}C_r + 3.{}^{(n-3)}C_{r-1} + 3.{}^{(n-3)}C_{r-2} + {}^{(n-3)}C_{r-3}$ [పదాలను మరల రాయగా]

$= \left[{}^{(n-3)}C_r + {}^{(n-3)}C_{r-1}\right] + 2\left[{}^{(n-3)}C_{r-1} + {}^{(n-3)}C_{r-2}\right] + \left[{}^{(n-3)}C_{r-2} + {}^{(n-3)}C_{r-3}\right]$

$= {}^{(n-3+1)}C_r + 2.{}^{(n-3+1)}C_{r-1} + {}^{(n-3+1)}C_{r-2} = {}^{(n-2)}C_r + 2.{}^{(n-2)}C_{r-1} + {}^{(n-2)}C_{r-2}$

$= \left[{}^{(n-2)}C_r + {}^{(n-2)}C_{r-1}\right] + \left[{}^{(n-2)}C_{r-1} + {}^{(n-2)}C_{r-2}\right]$

$= {}^{(n-2+1)}C_r + {}^{(n-2+1)}C_{r-1} = {}^{(n-1)}C_r + {}^{(n-1)}C_{r-1} = {}^{(n-1+1)}C_r = {}^{n}C_r = R.H.S$

---

15. $\dfrac{x^2-3}{(x+2)(x^2+1)}$ ను పాక్షిక భిన్నాలుగా విడగొట్టండి.

Sol: $\dfrac{x^2-3}{(x+2)(x^2+1)} = \dfrac{A}{x+2} + \dfrac{Bx+C}{x^2+1} = \dfrac{A(x^2+1)+(Bx+C)(x+2)}{(x+2)(x^2+1)}$

$\Rightarrow A(x^2+1)+(Bx+C)(x+2) = x^2-3$ ....(1)

x= –2 ను (1)లో ప్రతిక్షేపించగా $A(4+1)+(Bx+C)(0) = 4-3 \Rightarrow 5A = 1 \Rightarrow A = 1/5$

x=0 ను (1)లో ప్రతిక్షేపించగా $A+2C = -3 \Rightarrow C = -8/5$

x^2 గుణకాలను పోల్చగా $A+B=1 \Rightarrow B = 1-A = 1-\dfrac{1}{5} = \dfrac{4}{5}$

$\therefore \dfrac{x^2-3}{(x+2)(x^2+1)} = \dfrac{1}{5(x+2)} + \dfrac{4x-8}{5(x^2+1)}$

---

16. కాంట్రాక్టరు రోడ్డు కాంట్రాక్టును పొందే సంభావ్యత 2/3, భవనం కాంట్రాక్టును పొందే సంభావ్యత 5/9. కనీసం ఒక కాంట్రాక్టునైనా పొందే సంభావ్యత 4/5. అతడు రెండు కాంట్రాక్టులనూ పొందే సంభావ్యతను కనుక్కోండి.

Sol: A అనునది రోడ్డు కాంట్రాక్టును పొందే సంభావ్యత, B అనునది భవనం కాంట్రాక్టును పొందే సంభావ్యత అనుకొందాం.

దత్తాంశం నుండి $P(A) = \dfrac{2}{3},\ P(B) = \dfrac{5}{9},\ P(A \cup B) = \dfrac{4}{5}$

∴ కాంట్రాక్టరు రెండు కాంట్రాక్టులను పొందే సంభావ్యత

$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \dfrac{2}{3} + \dfrac{5}{9} - \dfrac{4}{5} = \dfrac{30+25-36}{45} = \dfrac{19}{45}$

BABY BULLET-Q

17. **(a) నియత సంభావ్యతను నిర్వచించండి.**

(b) A, B లు స్వతంత్ర ఘటనలు మరియు $P(A) = 0.2$, $P(B) = 0.5$, అయిన

(i) $P(A/B)$ (ii) $P(B/A)$ (iii) $P(A \cap B)$ (iv) $P(A \cup B)$ లను కనుగొనుము.

Sol: **(a) నియత సంభావ్యత:** S అనే శాంపుల్ ఆవరణలోని ఘటనలు A,B. అయితే ఘటనలు అనే ఘటన A అనే ఘటన నుండి సంభవిస్తే B సంభవించే ఘటనను A పరంగా నియత ఘటన అంటారు. దీనిని B/A.తో సూచిస్తారు.

B అనే ఘటన జరిగిన తరువాత A జరిగే నియత సంభావ్యత $P(B|A)=\dfrac{P(B \cap A)}{P(A)}$

(b) A,B లు స్వతంత్ర ఘటనలు కాబట్టి

(i) $P(A/B)=P(A)=0.2$

(ii) $P(B/A)=P(B)=0.5$

(iii) $P(A \cap B)=P(A).P(B)=0.2 \times 0.5 =0.1$

(iv) $P(A \cup B) = P(A)+P(B)-P(A \cap B) = 0.2 + 0.5 - 0.1 = 0.6$

BABY BULLET-Q

సెక్షన్-సి

18. $\cos\alpha+\cos\beta+\cos\gamma=0=\sin\alpha+\sin\beta+\sin\gamma$ అయిన $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=3/2=\sin^2\alpha+\sin^2\beta+\sin^2\gamma$ అని చూపండి.

Sol: $a=\cos\alpha+i\sin\alpha=\text{cis}\alpha$ $b=\cos\beta+i\sin\beta=\text{cis}\beta, c=\cos\gamma+i\sin\gamma=\text{cis}\gamma$ అయిన

$a+b+c=(\cos\alpha+i\sin\alpha)+(\cos\beta+i\sin\beta)+(\cos\gamma+i\sin\gamma)$

$=(\cos\alpha+\cos\beta+\cos\gamma)+i.(\sin\alpha+\sin\beta+\sin\gamma)$

$=0+i(0)=0$ [$\because$ దత్తాంశ నియమాల నుండి]

$$\therefore a+b+c=0 \Rightarrow (a+b+c)^2=0$$

$$\Rightarrow a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)=0$$

$$\Rightarrow a^2+b^2+c^2+2abc\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)=0$$

$$\Rightarrow a^2+b^2+c^2+2abc\left(\frac{1}{\text{cis}\alpha}+\frac{1}{\text{cis}\beta}+\frac{1}{\text{cis}\gamma}\right)=0$$

$$\Rightarrow a^2+b^2+c^2+2abc\left(\text{cis}(-\alpha)+\text{cis}(-\beta)+\text{cis}(-\gamma)\right)=0$$

$$\Rightarrow a^2+b^2+c^2+2abc[(\cos\alpha-i\sin\alpha)+(\cos\beta-i\sin\beta)+(\cos\gamma-i\sin\gamma)]=0$$

$$\Rightarrow a^2+b^2+c^2+2abc[(\cos\alpha+\cos\beta+\cos\gamma)-i(\sin\alpha+\sin\beta+\sin\gamma)]=0$$

$$\Rightarrow a^2+b^2+c^2+2abc\left(0-i(0)\right)=0$$

$$\Rightarrow a^2+b^2+c^2+2abc(0)=0$$

$$\Rightarrow a^2+b^2+c^2=0$$

$\Rightarrow (\text{cis}\alpha)^2+(\text{cis}\beta)^2+(\text{cis}\gamma)^2=0$ [$\because a=\text{cis}\alpha, b=\text{cis}\beta, c=\text{cis}\gamma$]

$$\Rightarrow \text{cis}2\alpha+\text{cis}2\beta+\text{cis}2\gamma=0$$

$$\Rightarrow (\cos2\alpha+i\sin2\alpha)+(\cos2\beta+i\sin2\beta)+(\cos2\gamma+i\sin2\gamma)=0$$

$$\Rightarrow (\cos2\alpha+\cos2\beta+\cos2\gamma)+i(\sin2\alpha+\sin2\beta+\sin2\gamma)=0+i(0)$$

వాస్తవ భాగాలను పోల్చగా $\cos2\alpha+\cos2\beta+\cos2\gamma=0$ ....(1)

| $\cos2\theta = 2\cos^2\theta-1$

ఇప్పుడు (1) $\Rightarrow (2\cos^2\alpha-1)+(2\cos^2\beta-1)+(2\cos^2\gamma-1)=0$

$$\Rightarrow 2\cos^2\alpha+2\cos^2\beta+2\cos^2\gamma=1+1+1$$

$$\Rightarrow 2(\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma)=3$$

$$\Rightarrow \cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=3/2$$

| $\cos2\alpha = 1-2\sin^2\alpha$

మరల (1) $\Rightarrow (1-2\sin^2\alpha)+(1-2\sin^2\beta)+(1-2\sin^2\gamma)=0$

$$\Rightarrow 2\sin^2\alpha+2\sin^2\beta+2\sin^2\gamma=1+1+1$$

$$\Rightarrow 2(\sin^2\alpha+\sin^2\beta+\sin^2\gamma)=3 \quad \Rightarrow \sin^2\alpha+\sin^2\beta+\sin^2\gamma=3/2$$

BABY BULLET-Q

19. **$4x^3-24x^2+23x+18=0$ మూలాలు అంకశ్రేఢిలో ఉంటే వాటిని కనుగొనుము.**

Sol: $4x^3-24x^2+23x+18=0$ యొక్క మూలాలను a–d, a, a+d లు అనుకొనుము.

$$S_1=(a-d)+a+(a+d)=\frac{24}{4}\Rightarrow 3a=6\Rightarrow a=2$$

$$S_3=(a-d)a(a+d)=\frac{-18}{4}\Rightarrow a(a^2-d^2)=\frac{-9}{2}\Rightarrow 2\left(4-d^2\right)=\frac{-9}{2}$$

$$\Rightarrow 4\left(4-d^2\right)=-9\Rightarrow 16-4d^2=-9\Rightarrow 4d^2=25\Rightarrow d^2=\frac{25}{4}\Rightarrow d=\pm\frac{5}{2}$$

దత్త సమీకరణపు మూలాలు $a-d, a, a+d\Rightarrow 2-\frac{5}{2}, 2, 2+\frac{5}{2}\Rightarrow -\frac{1}{2}, 2, \frac{9}{2}$

---

20. $(7+4\sqrt{3})^n=I+f$ **లు ధనపూర్ణాంకాలు, 0<F<1, అయితే (i) I ఒక బేసిపూర్ణాంకం అనీ**

(ii) (I+F)(1–F)=1అని చూపండి.

Sol: దత్తాంశము నుండి $(7+4\sqrt{3})^n=I+F$;

$(7-4\sqrt{3})^n=G\Rightarrow 0<G<1$ (Q $36<48<49\Rightarrow 6<4\sqrt{3}<7$)

ఇప్పుడు, $(I+F)+G=(7+4\sqrt{3})^n+(7-4\sqrt{3})^n$

$$={}^nC_0 7^n+{}^nC_1 7^{n-1}(4\sqrt{3})^1+{}^nC_2 7^{n-2}(4\sqrt{3})^2+..........)+$$

$$({}^nC_0 7^n-{}^nC_1 7^{n-1}(4\sqrt{3})^1+{}^nC_2 7^{n-2}(4\sqrt{3})^2+..........)$$

$$=2(7^n+{}^nC_2 7^{n-2}(4\sqrt{3})^2+{}^nC_4 7^{n-4}(4\sqrt{3})^4+..........)$$

= 2(ఒక పూర్ణాంకము) = ఒక సరి పూర్ణాంకము

∴ I+F+G ఒక సరి పూర్ణాంకము ⇒ F+G is ఒక పూర్ణాంకము (∵ I అనేది ఒక పూర్ణాంకము)

దత్తాంశము నుండి 0<F<1, మరియు 0<G<1 కాబట్టి

⇒ 0<F+G<2 ⇒ F+G=1 (∵ 0 మరియు 2 ల మధ్యగల ఒకేఒక్క పూర్ణాంకము 1)

ఇప్పుడు, I+(F+G) = ఒక సరి పూర్ణాంకము ⇒ I+1= ఒక సరి పూర్ణాంకము

⇒ I = (ఒక సరి పూర్ణాంకము –1)= ఒక బేసి పూర్ణాంకము

ఇప్పుడు, F+G=1 ⇒ G=1–F

∴ (I+F)(1–F)=(I+F)(G)= $(7+4\sqrt{3})^n(7-4\sqrt{3})^n=(49-48)^n=1^n=1$

BABY BULLET-Q

21. $1+\frac{1}{3}+\frac{1.3}{3.6}+\frac{1.3.5}{3.6.9}+$.......... శ్రేణి మొత్తము కనుగొనుము.

Sol: $S=1+\frac{1}{3}+\frac{1.3}{3.6}+\frac{1.3.5}{3.6.9}+$.......upto ∞

$$= 1+\frac{1}{1!}\left(\frac{1}{3}\right)+\frac{1.3}{2!}\left(\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1.3.5}{3!}\left(\frac{1}{3}\right)^3+.......$$

పై శ్రేణిని ఈ క్రింది సూత్రముతో పోల్చగా $1+\frac{p}{1!}\left(\frac{x}{q}\right)+\frac{p(p+q)}{2!}\left(\frac{x}{q}\right)^2+....=(1-x)^{-\frac{p}{q}}$

$p = 1, p + q = 3 \Rightarrow 1+q = 3 \Rightarrow q = 2$

మరియు $\frac{x}{q}=\frac{1}{3}\Rightarrow x=\frac{q}{3}=\frac{2}{3}$

$$\therefore S=(1-x)^{\frac{-p}{q}}=\left(1-\frac{2}{3}\right)^{\frac{-1}{2}}=\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{-1}{2}}=\left(\frac{3}{1}\right)^{\frac{1}{2}}=3^{\frac{1}{2}}=\sqrt{3}$$

---

22. ఈ కింది అవిచ్ఛిన్న పౌనఃపున్య విభాజనానికి విస్తృతి, ప్రామాణిక విచలనాలను గణనం చేయండి.

x_i	4	8	11	17	20	24	32
f_i	3	5	9	5	4	3	1

Sol: ఇక్కడ $N=\Sigma f_i=3+5+9+5+4+3+1=30$

మరియు $\Sigma f_i x_i=4(3)+8(5)+11(9)+17(5)+20(4)+24(3)+32(1)=420$ $\therefore \bar{x}=\frac{\Sigma f_i x_i}{N}=\frac{420}{30}=14$

x_i	f_i	$f_i x_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i(x_i - \bar{x})^2$
4	3	12	−10	100	300
8	5	40	−6	36	180
11	9	99	−3	9	81
17	5	85	3	9	45
20	4	80	6	36	144
24	3	72	10	100	300
32	1	32	18	324	324
		$\Sigma f_i x_i=420$			$\Sigma f_i(x_i-\bar{x})^2=1374$

విస్తృతి $(\sigma^2)=\frac{1}{N}\Sigma f_i(x_i-\bar{x})^2=\frac{1}{30}(1374)=45.8$. ప్రామాణిక విచలనం $\sigma=\sqrt{45.8}=6.77$

BABY BULLET-Q

23. **బేయీ సిద్ధాంతాం ప్రవచించి, నిరూపించండి.**

Sol: **ప్రవచనం:** శాంపుల్ ఆవరణ S లో $E_1, E_2 \ldots E_n$ లు 'n' పరస్పర వివర్జిత, పూర్ణ ఘటనలు.

వాటిలో ఏదైనా ఘటన A మరియు $P(A) \neq 0$ లు అనుకుంటే అప్పుడు $P(E_k \mid A) = \dfrac{P(E_k)P(A/E_k)}{\sum_{i=1}^{n} P(Ei).P(A/E_i)}$

నిరూపణ: నియత సంభావ్యత నిర్వచనం ప్రకారం $P(E_k \mid A) = \dfrac{P(E_k \cap A)}{P(A)} = \dfrac{P(E_k).P(A \mid E_k)}{P(A)}$ ...(1)

దత్తాంశం ప్రకారం $E_1, E_2 \ldots E_n$ లు పరస్పర వివర్జిత, పూర్ణ ఘటనలు కావున

$\bigcup_{i=1}^{n} E_i = S$ మరియు $A \cap E_1, A \cap E_2, \ldots. A \cap E_n$ లు పరస్పర వియుక్తాలు అగును. అనగా $A \cap E_i = \phi$

ఇప్పుడు, $P(A) = P(S \cap A) = P\left(\left(\bigcup_{i=1}^{n} E_i\right) \cap A\right) = P\left(\bigcup_{i=1}^{n} (E_i \cap A)\right) = \sum_{i=1}^{n} P(E_i \cap A) = \sum_{i=1}^{n} P(E_i)P(A \mid E_i)$

$\therefore$ (1) నుండి, $P(E_k \mid A) = \dfrac{P(E_k)P(A \mid E_k)}{\sum_{i=1}^{n} P(E_i)P(A \mid E_i)}$

BABY BULLET-Q

24. **ఒక యాదృచ్ఛిక చలరాశి X వ్యాప్తి {0,1,2}మరియుP(X=0)=3c^3,P(X=1)=4c–10c^2,P(X=2)=5c–1 ఇక్కడ 'c' స్థిరము అని ఇస్తే (i) c (ii) P(0<x<3) (iii) P(1<x≤2) (iv) P(x<1) లను కనుక్కోండి.**

Sol: (i) $\Sigma P(X = xi) = 1$ అని మనకు తెలుసు

$$\Rightarrow 3c^3 + 4c - 10c^2 + 5c - 1 = 1 \Rightarrow 3c^3 - 10c^2 + 9c - 1 = 1 \Rightarrow 3c^3 - 10c^2 + 9c - 2 = 0$$

ఇక్కడ, గుణకాల మొత్తము 3–10+9–2=0. కాబట్టి పై సమీకరణానికి 1 ఒక మూలం అగును.

సింథటిక్ భాగహార పద్ధతి ప్రకారం,

1	3	–10	9	–2
	0	3	–7	2
	3	–7	2	0

$$\therefore 3c^3 - 10c^2 + 9c - 2 = (c-1)(3c^2 - 7c + 2) = (c-1)[3c^2 - 6c - c + 2]$$

$$= (c-1)[3c(c-2) - 1(c-2)] = (c-1)(c-2)(3c-1)$$

ఇప్పుడు, $3c^3 - 10c^2 + 9c - 2 = 0 \Rightarrow (c-1)(c-2)(3c-1) = 0 \Rightarrow c = 1, 2, \frac{1}{3}$

$\therefore$ c=1/3 మాత్రమే సాధ్యం. $[Q\ 0 \le p \le 1]$

(ii) $P(0 < X < 3) = P(X=1) + P(X=2) = (4c - 10c^2) + (5c - 1) = 9c - 10c^2 - 1$

$$= 9\left(\frac{1}{3}\right) - 10\left(\frac{1}{3}\right)^2 - 1 = \frac{9}{3} - \frac{10}{9} - 1 = 3 - \frac{10}{9} - 1 = 2 - \frac{10}{9} = \frac{8}{9}$$

(iii) $P(1 < x \le 2) = P(X=2) = 5c - 1 = 5\left(\frac{1}{3}\right) - 1 = \frac{5}{3} - 1 = \frac{2}{3}$

(iv) $P(X < 1) = P(X=0) = 3c^3 = 3\left(\frac{1}{3}\right)^3 = 3.\frac{1}{27} = \frac{1}{9}$

BABY BULLET-Q