

# 1. సంకీర్ణ సంఖ్యలు

IP E : 2VSAQ & 1 SAQ = 2 + 2 + 4 = 8 Marks

**ముఖ్యమైన సూత్రాలు, నిర్వచనాలు**

1) సంకీర్ణ సంఖ్యల సాధారణ రూపము  $z=a+ib$  (లేదా)  $z=(a, b)$  ఇక్కడ  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $i = \sqrt{-1}$

ఇందులో  $a$  ను  $z$  యొక్క వాస్తవ భాగము మరియు  $b$  ను కల్పిత భాగము అంటారు.

2) ఒక సంకీర్ణ సంఖ్య (i) శుద్ధ వాస్తవ సంఖ్య అయిన దాని కల్పిత భాగము శూన్యం అగును.

(ii) శుద్ధ కల్పిత సంఖ్య అయిన దాని వాస్తవ భాగము శూన్యం అగును.

3) సంకీర్ణ సంఖ్యల సమానత్వం:  $a+ib=c+id \Leftrightarrow a=c$  and  $b=d$

4)  $z_1=a+ib$ ,  $z_2=c+id$  అయిన (i)  $z_1+z_2=(a+c)+i(b+d)$

(ii)  $z_1 \cdot z_2=(a+ib)(c+id)=(ac-bd)+i(bc+ad)$ ;  $(a+ib)(c-id)=(ac+bd)+i(bc-ad)$

(iii)  $\frac{z_1}{z_2} = \frac{a+ib}{c+id} = \frac{(a+ib)(c-id)}{(c+id)(c-id)} = \left( \frac{ac+bd}{c^2+d^2} \right) + i \left( \frac{bc-ad}{c^2+d^2} \right)$

Hints: (i)  $\sqrt{-a} = i\sqrt{a}$ ,  $a \in \mathbb{R}^+$  (ii)  $(a+ib)^2 = (a^2-b^2) + i2ab$

(iii)  $(a+ib)(a-ib) = a^2 + b^2$  (iv)  $\frac{1+i}{1-i} = i$  (v)  $\frac{1-i}{1+i} = \frac{1}{i} = -i$

5)  $z=a+ib$  అయిన దాని (i) సంయుగ్మం  $\bar{z}=a-ib$  (ii) సంకలన విలోమం  $-z = -a-ib$

(iii) గుణకార విలోమం  $z^{-1} = \frac{1}{a+ib} = \frac{a-ib}{a^2+b^2}$

(iv) మాపము  $|z| = \sqrt{a^2+b^2}$  (v)  $\text{Arg } z = \text{Tan}^{-1} \left( \frac{b}{a} \right)$

6.1)  $b>0$  అయినప్పుడు  $a+ib$  యొక్క వర్గమూలం  $\sqrt{a+ib} = \pm \left( \sqrt{\frac{r+a}{2}} + i\sqrt{\frac{r-a}{2}} \right)$ ,  $r = \sqrt{a^2+b^2}$

6.2)  $b>0$  అయినప్పుడు  $a-ib$  యొక్క వర్గమూలం  $\sqrt{a-ib} = \pm \left( \sqrt{\frac{r+a}{2}} - i\sqrt{\frac{r-a}{2}} \right)$ ,  $r = \sqrt{a^2+b^2}$

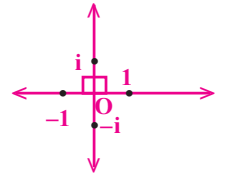
7) మాప అయామ రూపం లేదా ధ్రువ రూపం:

$z = x+iy$  అయిన  $z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ ను మాప అయామ రూపం అందురు.

(i) మాపం  $=|z|=r = \sqrt{x^2+y^2}$

(ii) అయామం  $=\theta = \text{Tan}^{-1} \left( \frac{y}{x} \right) \in (-\pi, \pi]$

Arg (1) = 0;  
Arg (i) =  $\pi/2$ ;  
Arg (-1) =  $\pi$ ;  
Arg (-i) =  $-\pi/2$



8.1)  $\text{Arg } z=\theta$  అయిన  $\text{Arg } \bar{z} = -\theta$

8.2)  $\text{Arg } z_1=\theta_1$  మరియు  $\text{Arg } z_2=\theta_2$  అయిన (i)  $\text{Arg}(z_1 \cdot z_2)=\theta_1+\theta_2$  (ii)  $\text{Arg}(z_1/z_2)=\theta_1-\theta_2$

9)  $\cos\theta+i\sin\theta$  యొక్క సూక్ష్మరూపం  $\text{cis}\theta$ ; (i)  $\text{cis}\theta_1 \cdot \text{cis}\theta_2 = \text{cis}(\theta_1+\theta_2)$  (ii)  $\frac{\text{cis}\theta_1}{\text{cis}\theta_2} = \text{cis}(\theta_1 - \theta_2)$