1. వృత్తం

IPE : 2VSAQ, 1SAQ & 2 LAQ = 2 + 2 + 4+7+7= 22 Marks

ముఖ్యమైన సూత్రాలు, నిర్వచనాలు

1.1) వృత్తము యొక్క ప్రామాణికరూపము $x^2+y^2=r^2$
దీని మీద పరామితీయ బిందువుθ $(r\cos\theta, r\sin\theta)$

1.2) కేంద్రము (a,b) మరియు వ్యాసార్ధము r గా గల వృత్తసమీకరణము $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$
దీని పరామితీయ సమీకరణములు $x=a+r\cos\theta,\ y=b+r\sin\theta$.

1.3) వృత్తము యొక్క సాధారణ రూపము $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$
కేంద్రము $C=(-g,-f)$ మరియు వ్యాసార్ధము $r=\sqrt{g^2+f^2-c}$;
దీని పరామితీయ సమీకరణములు: $x=-g+r\cos\theta,\ y=-f+r\sin\theta$.

2) $(x_1,y_1), (x_2,y_2)$ లు వ్యాసాగ్రాలుగా కలిగిన వృత్తసమీకరణము $(x-x_1)(x-x_2)+(y-y_1)(y-y_2)=0$
(లేదా) $x^2+y^2-(x_1+x_2)x-(y_1+y_2)y+x_1x_2+y_1y_2=0$

3) సంకేతాలు: $S\equiv x^2+y^2+2gx+2fy+c;$
$S_{11}\equiv x_1^2+y_1^2+2gx_1+2fy_1+c$
$S_{12}\equiv x_1x_2+y_1y_2+g(x_1+x_2)+f(y_1+y_2)+c$
$S_1\equiv x_1x+y_1y+g(x_1+x)+f(y_1+y)+c$ (or) $S_1\equiv(x_1+g)x+(y_1+f)y+x_1g+y_1f+c$

4) $S=0$ వృత్తం దృష్ట్యా $P(x_1,y_1)$ అనే బిందువు స్థితి: (i) $S_{11}=0$ అయిన వృత్తంపై
(ii) $S_{11}<0$ అయిన వృత్తానికి లోపల (iii) $S_{11}>0$ అయిన వృత్తానికి వెలుపల బిందువు P ఉండును.

5) $S=0$ అనే వృత్తం దృష్ట్యా $P(x_1,y_1)$ అనే బిందువు యొక్క బిందుశక్తి S_{11}

6.1) $S=0$ వృత్తము దృష్ట్యా (x_1,y_1) యొక్క స్పర్శజ్యా సమీకరణము $S_1=0$

6.2) $S=0$ వృత్తానికి (x_1,y_1) మధ్యబిందువుగా కలిగిన జ్యా సమీకరణము $S_1=S_{11}$.

6.3) r వ్యాసార్ధముగా కలిగిన వృత్తకేంద్రం నుండి జ్యాకు గల లంబదూరము p అయిన ఆ జ్యా పొడవు $2\sqrt{r^2-p^2}$

7.1) $P(x_1,y_1)$ అనే బాహ్యబిందువు నుండి $S=0$ కు గీచిన స్పర్శరేఖ పొడవు $\sqrt{S_{11}}$

7.2) $S=0$ వృత్తము పై (x_1,y_1) వద్ద స్పర్శరేఖ సమీకరణము $S_1=0$

7.3) $x^2+y^2=r^2$ అనే వృత్తం పై (x_1,y_1) వద్ద స్పర్శరేఖా సమీకరణం $x_1x+y_1y-r^2=0$

7.4) $x^2+y^2=r^2$ అనే వృత్తం పై $(r\cos\theta, r\sin\theta)$ వద్ద స్పర్శరేఖా సమీకరణం $x\cos\theta+y\sin\theta=r$

7.5) $x^2+y^2=r^2$ అనే వృత్తానికి వాలు m గల స్పర్శరేఖ సమీకరణం $y=mx\pm r\sqrt{1+m^2}$

7.6) $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ అనే వృత్తానికి వాలు m గల స్పర్శరేఖ సమీకరణం $y+f=m(x+g)\pm r\sqrt{1+m^2}$

7.7) $S=0$ అనే వృత్తం పై θ వద్ద స్పర్శరేఖ సమీకరణం $(x+g)\cos\theta+(y+f)\sin\theta=r$

7.8) ఒక వృత్తం, ఒక సరళరేఖ స్పృశించడానికి నియమం $p=r$, ఇక్కడ r వృత్త వ్యాసార్ధము మరియు వృత్తకేంద్రము నుండి ఇచ్చిన సరళరేఖకు లంబదూరము p.

7.9) (i) $y=mx+c$ అనే సరళరేఖ $x^2+y^2=r^2$ అనే వృత్తాన్ని స్పృశించడానికి నియమం $c^2=r^2(1+m^2)$

(ii) $lx+my+n=0$ మరియు $x^2+y^2=r^2$ లు స్పృశించుకోవడానికి నియమం $n^2=r^2(l^2+m^2)$

7.10) $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ వృత్తము (i) X-అక్షాన్ని స్పృశించడానికి నియమం $c=g^2$

(ii) Y- అక్షాన్ని స్పృశించడానికి నియమం $c=f^2$ (iii) రెండింటిని స్పృశించడానికి నియమం $c=g^2=f^2$

7.11) $P(x_1,y_1)$ నుండి $S=0$ నకు గల స్పర్శరేఖల మధ్య కోణం θ అయితే $\tan\frac{\theta}{2}=\frac{r}{\sqrt{S_{11}}}$

7.12) $P(x_1,y_1)$ నుండి $S=0$ నకు గల స్పర్శరేఖాయుగ్మ సమీకరణము $S_1^2=S_{11}S$

8.1) $S=0$ మీద $P(x_1,y_1)$ వద్ద అభిలంబరేఖ సమీకరణం $(x-x_1)(y_1+f)-(y-y_1)(x_1+g)=0$

8.2) $S=0$ మీద $P(x_1,y_1)$ వద్ద అభిలంబరేఖ ఎల్లప్పుడు వృత్త కేంద్రం గుండా పోతుంది.

9.1) $S=0$ దృష్ట్యా $P(x_1,y_1)$ యొక్క ధృవరేఖా సమీకరణం $S_1=0$

9.2) $x^2+y^2=r^2$ వృత్తము దృష్ట్యా $lx+my+n=0$ రేఖ ధ్రువము $\left(\frac{-lr^2}{n},\frac{-mr^2}{n}\right)$

9.3) $S\equiv x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ వృత్తము దృష్ట్యా $lx+my+n=0$ రేఖ ధ్రువము $\left(-g+\frac{lr^2}{N},-f+\frac{mr^2}{N}\right)$

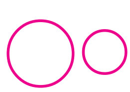
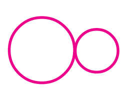
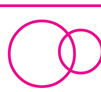
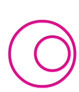
ఇచ్చుట r = వృత్త వ్యాసార్థం, $N=lg+mf-n$

10.1) $S=0$ దృష్ట్యా (x_1,y_1), (x_2,y_2) అనే బిందువులు సంయుగ్మాలు అయితే $S_{12}=0$

10.2) $x^2+y^2=r^2$ వృత్తము దృష్ట్యా $l_1x+m_1y+n_1=0$ మరియు $l_2x+m_2y+n_2=0$ రేఖలు సంయుగ్మాలు కావడానికి నియమం $n_1n_2=r^2(l_1l_2+m_1m_2)$

11) $S=0$ దృష్ట్యా P,Q అనే బిందువులు విలోమ బిందువులైతే $CP.CQ=r^2$;C,P,Q లు సరేఖీయాలు.

12) రెండు వృత్తాల సాపేక్షస్థానాలు:

S.No.	నియమం	సాపేక్షస్థానాలు	స్పర్శరేఖల సంఖ్య	సరూపకేంద్రాలు
1.	$C_1C_2>r_1+r_2$	ఒక వృత్తం మరో వృత్తానికి బయట ఉండును 	4 (2 తిర్యక్ మరియు 2 ప్రత్యక్ష)	I, E వ్యవస్థితం
2.	$C_1C_2=r_1+r_2$	రెండు వృత్తాలు బాహ్యంగా స్పృశించుట 	3 (1 తిర్యక్ మరియు 2 ప్రత్యక్ష)	I, E వ్యవస్థితం
3.	$\lvert r_1-r_2\rvert<C_1C_2<r_1+r_2$	రెండు వృత్తాలు ఖండించుకొనును 	2 (ప్రత్యక్ష)	E వ్యవస్థితం
4.	$C_1C_2=\lvert r_1-r_2\rvert$	రెండు వృత్తాలు అంతరంగా స్పృశించుకొనును. 	1 (ప్రత్యక్ష)	E వ్యవస్థితం
5.	$C_1C_2<\lvert r_1-r_2\rvert$	ఒక వృత్తం మరో వృత్తం లోపల ఉండును 	0	