

7. SYSTEM OF PARTICLES & ROTATIONAL MOTION

IMP DEFINITIONS & FORMULAS

1. Centre of mass: The point at which the entire mass of the body is supposed to be concentrated is called centre of mass. Here, the body moves, as if the whole external force is acting at that point .

When a body is in complex motion, the point which undergo only translatory motion is known as centre of mass.

Ex: Centre of mass of a triangular lamina is at its centroid G.

2. Centre of Gravity: The centre of gravity of a body is that point where the total gravitational torque on the body is zero.

3. Law of conservation of Linear Momentum: When the total external force acting on a system of particles is zero, the total linear momentum of system is constant.

4.1 Couple: Two equal and unlike parallel forces acting on a body at two different points in opposite directions constitute a couple. Couple produces rotation.

4.2 Moment of couple (Torque(τ)): The turning effect of a couple is given by the product of one of the forces and the perpendicular distance between the forces.

4.3. Moment of Inertia (I): The inherent property of rotation, which opposes change in rotation. The product of mass(M) of the particle and square of the distance between the particle and the axis of rotation is called moment of Inertia.

Formula: $I = Mr^2$;

S.I unit : Kg m^2 ;

D.F : $M^1L^2T^0$

Moment of Inertia depends on

- the mass of the body
- the position of the axis of rotation
- the distribution of the mass of the body about the axis.

BULLET MASTER'S

PHYSI BEATS!

SYSTEM OF PARTICLES [2 VSAQ+ 1 SAQ]

You Know this?

- మన Body కి Center of mass ఎక్కడ ఉంది?
- మన నాభి(Navel) వద్దే మన Center of mass ఉంటుంది.
- మనం నిత్యం Center of mass ని Apply చేస్తున్నామని మీకు తెలుసా?
- మనం పడిపోకుండా నడుస్తున్నామంటే మన Center of Mass ను Balance చేస్తున్నాం అని అర్థం!
- సైకిల్ తొక్కేటప్పుడు పడిపోకుండా ఉండాలంటే....

‘సైకిల్ మరియు మనిషితో కూడిన Frame’ యొక్క Center of Mass ని Balance చేస్తూ ఉండాలి.

ఈ Concept ను సరిగ్గా అర్థం చేసుకొని, మీ జీవితానికి అన్వయించుకుంటే....

ఎక్కడా పడిపోకుండా.... మీరు మీ జీవితంలో Balanced గా ముందుకు కొనసాగుతారు.....



5.1 Angular momentum (L) : The moment of momentum of a body is angular momentum.

The product of moment of inertia of a body and its angular velocity is angular momentum.

Formula : $L = I \omega = mvr$

5.2 Law of conservation of angular momentum:

The angular momentum of a system always remains constant, when no external torque act on the system.

Thus, $I \omega = \text{constant}$. Hence, $I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$

6.1 Perpendicular axes theorem: The moment of inertia of a plane lamina about an axis perpendicular to its plane and passing through a point is equal to the sum of its moment of inertia about any two mutual perpendicular axes in that plane passing through that point.

Formula : $I_z = I_x + I_y$

6.2 Parallel axes theorem: The moment of inertia of a rigid body about an axis passing through a point is equal to the sum of (i) moment of inertia about a parallel axis passing through its centre of mass (ii) product of the mass of the body and the square of the perpendicular distance between the axes.

Formula : $I = I_G + Mr_0^2$

BULLET MASTER'S

PHYSI BEATS!

COUPLE (జంట)

మీరు Cycle/Bike నడుపుతూ ఒక Straight Road లో వెళుతున్నారనుకుందాం.

ఒక జంక్షన్ దగ్గర మీరు Turn తిరగాలంటే మీ Cycle/Bike 'Handle' ను కొంచెం తిప్పాలి.

అంటే మీరు Handle మీద కొంచెం couple (రెండు చేతులతో Opposite గా)ను ప్రయోగించాలి.

అప్పుడు దానిలో Turning effect కలిగి అది కొంచెం Torque ను పొంది కొద్దిగా Turn అవుతుంది.

దేనినైనా 'ముందుకు జరపాలంటే' 'తొయ్యాలి'. కాని ప్రక్కకు తిప్పాలంటే 'కప్లింగ్' చేయాలి.

Couple కి మరో Best Example 'Car steering'.

Coupling చేస్తే **Turning Torque** వుడుతుంది.

కారు డ్రైవింగ్ చేసే వారు స్టీరింగ్ తో 'నిరంతరం కప్లింగ్' చేస్తూ Torque ను పుట్టిస్తుంటారు.

Couple అంటే జంట. బైక్ ను నడిపితూ ఎప్పుడైనా ఒంటిచేత్తో కప్లింగ్ చేస్తే Accidents జరుగుతాయి జర జాగ్రత్త!

క్లాసులో ఒక కొంటె కుర్రోడి ప్రశ్న: సార్! పరీక్ష రాసేటప్పుడు తల అటూ ఇటూ తిప్పడం కూడా కప్లింగేనా?

Momenta of Inertia

Coupling చేయాలంటే ఒక్క క్షణం పాటు ఒక్క 'Moment' లో Handle ని Just Turn చేస్తే చాలు కదా!

కప్లింగ్ చేయాలని మీకు అనిపించినా చేయించుకోవడానికి Handle కి పెద్దగా Interest అనిపించదు.

ఎందుకంటే Straight గా వెళ్ళేది straight గానే వెళ్ళాలనుకుంటుంది. అటు ఇటూ తిరగటానికి అది ఇష్టపడదు.

ఇలా Couple ని resist చేసే ఆ బద్దకం పేరే **Moment of Inertia**.

Angular Momentum

'మీ బాడీ మొత్తం ఎంత 'వేగంగా', 'గుండ్రంగా' తిరగగలదో' అదే మీ **Angular Momentum**.

Law of Conservation of Angular Momentum

సన్న టైర్లు 'వేగంగా' మలుపు తిరుగుతాయి. లావు టైర్లు 'నిదానంగా' మలుపు తిరుగుతాయి.

కానీ ఆ రెండింటి Angular Momentum ఒక్కటే. ఇదే **Law of Conservation of Angular Momentum**.

7.1 Comparison between Linear and Rotational Motion:

Linear Motion	Rotational Motion
1. Displacement x	1. Angular displacement θ
2. Velocity $v = \frac{ds}{dt}$	2. Angular velocity $\omega = \frac{d\theta}{dt}$
3. Acceleration $a = \frac{dv}{dt}$	3. Angular acceleration $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$
4. Mass: $m=F/a$	4. Moment of inertia: $I = MK^2$
5. Force $F = ma = \frac{dp}{dt}$	5. Torque $\tau = I\alpha = \frac{dL}{dt}$
6. Work $W = FS = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2$	6. Work $W = \tau\theta = \frac{1}{2}I\omega^2 - \frac{1}{2}I\omega_0^2$
7. Kinetic energy $K.E_T = \frac{1}{2}mv^2$	7. Kinetic energy $K.E_R = \frac{1}{2}I\omega^2$
8. Power $P = Fv$	8. Power $P = \tau\omega$
9. Linear momentum $p = mv$	9. Angular momentum $L = I\omega$

Imp. Formulae

1) Vector Product of \vec{a} , \vec{b} is $\vec{a} \times \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta \hat{n}$

2.1) Angular velocity (ω): $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ 2.2) Angular acceleration $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

3) Moment of Inertia $I = Mk^2$

4) Torque (or) Moment of Force: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = Fr \sin \theta = I\alpha$

5) Angular Momentum $L = mvr = mr^2\omega = I\omega = \vec{r} \times \vec{p}$

6) Relation between Torque and Angular Momentum $\tau = \frac{dL}{dt}$

7) Rotational Kinetic Energy $K.E_R = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{L^2}{2I}$

8) Parallel axes theorem: $I = I_G + Mx^2$

9) Perpendicular axes theorem : $I_z = I_x + I_y$

10) Law of Conservation of Angular Momentum : $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$

11.1) $x_{cm} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots}$, $y_{cm} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3 + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots}$

11.2) $v_{cm} = \frac{m_1v_1 + m_2v_2 + m_3v_3 + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots}$

11.3) $a_{cm} = \frac{m_1a_1 + m_2a_2 + m_3a_3 + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots}$